



# Application du couplage RANS/LES aux écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds de l'industrie nucléaire

Younes Benarafa

## ► To cite this version:

Younes Benarafa. Application du couplage RANS/LES aux écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds de l'industrie nucléaire. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. <tel-00011371>

**HAL Id: tel-00011371**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00011371>**

Submitted on 13 Jan 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

THESE

Présentée par

**Younes Benarafa**

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité : Mécanique

**Application du couplage RANS/LES aux écoulements  
turbulents à haut nombre de Reynolds de l'industrie  
nucléaire**

Thèse soutenue le 9 décembre 2005

devant la commission d'examen :

M.	P.	Bontoux	Rapporteur
M.	M.	Germano	Rapporteur
M.	O.	Métais	Président
M.	O.	Pironneau	Examineur
M.	F.	Ducros	Examineur
M.	P.	Sagaut	Directeur de thèse

---

# Remerciements

Le défi principal concernant les remerciements après une thèse consiste à n'oublier personne. Afin d'éviter cet écueil, je tiens à remercier toutes les personnes avec qui j'ai pu interagir durant cette thèse. Maintenant que je suis sûr de n'avoir oublié personne, je peux me risquer à remercier certains en particulier.

Je tiens à remercier messieurs Patrick Bontoux et Massimo Germano d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail de thèse et pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour celui-ci.

Je remercie également messieurs Olivier Pironneau et Olivier Métais d'avoir bien voulu faire partie de mon jury de thèse.

Merci à Sofiane Benhamadouche d'avoir participé au jury de thèse en tant que membre invité.

J'exprime toute ma reconnaissance à monsieur Pierre Sagaut pour m'avoir fait l'honneur de diriger ma thèse. Merci pour ces connaissances scientifiques et ce savoir-faire partagés. Toutes nos discussions ont été aussi enrichissantes que motivantes. Toutes nos rencontres m'ont permis d'attaquer mon travail de thèse avec un nouveau souffle.

Je remercie aussi vivement Frédéric Ducros pour m'avoir encadré durant cette thèse. Merci d'avoir été autant disponible malgré une charge de travail importante. Merci pour tous ces conseils et ces encouragements prodigués tout au long de ces trois années. Nos discussions scientifiques ont été, pour moi, passionnantes et très formatrices.

Je tiens également à remercier Olivier Cioni pour avoir su me guider patiemment et méthodiquement dans les entrailles du code TRIO\_U. Merci aussi pour toutes nos discussions au sujet du modèle TBLE.

Merci à monsieur Christian Chauliac et monsieur Bernard Faydide qui m'ont successivement accueilli dans le service SMTH puis le SSTH.

Merci à monsieur Fabien Boulanger et monsieur Frédéric Ducros (encore une fois !) qui m'ont successivement accueilli dans le laboratoire LDTA puis le LMDL.

Je tiens à remercier l'exceptionnelle équipe TRIO\_U : Fabien Perdu (jamais vu un coyotte aussi joyeux...), Simone Vandroux (vives les calculs de canaux plans...), Benoît Mathieu (merci pour ton aide pour les scripts AWK et OpenDX), Valérie Barthel (merci pour les bonbons...), Ulrich Bieder (merci pour les images et les explications sur les REP), Pierre Ledac et Marc Elmo (merci d'assurer la maintenance de Trio\_U en restant aussi disponible et pédagogue), Philippe Emonot (vive le VEF !), Patrick Quéméré (merci pour nos discussions sur le couplage RANS/LES mais aussi pour la musique folk...), Gauthier

Fauchet (merci pour ta patience et ton aide si efficace), Ronan Guenanff (merci pour les multiples relectures de mon mémoire).

Merci à ceux qui ont quitté le laboratoire avant moi : Guillaume Brillant (à bientôt...), Alexandre Châtelain (à tout de suite...), Emmanuel Sergent et Emmanuel Labourasse (que de discussions sur le couplage RANS/LES), Takashi Takata (thank you for sharing so many interesting discussions about CFD).

Merci pour toutes les joyeuses activités que nous avons partagé et bon courage aux futurs docteurs : Anne Boulin, Marion Chandesris, Nicolas Tauveron, Eli Laucoin, Benoit Fournier, Thomas Fortin, Pierre Ruyer, Aparicio Henriques, Guillaume Vitali, Adrien Toutant, Antoine Devesa.

Merci à deux stagiaires émérites pour leur participation au développement soit du terme de forçage (Thomas Thouvenot), soit du modèle TBLE (Cédric Ciolfi).

Merci également David Alfano, Alexandre Labergue et Sylvain Laizet pour votre bonne humeur ("Quad damage...!").

Merci à Françoise Gignoux (bonne retraite!) et Marinette Wursten pour leur aide précieuse pendant ces trois années.

Merci enfin à mes parents et à toute ma famille pour leurs encouragements durant ces dernières années.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>1 Introduction et problématique</b>	<b>9</b>
<b>2 Formalisme, mise en équations des écoulements turbulents isovolumes, cadre numérique</b>	<b>15</b>
2.1 Introduction . . . . .	15
2.2 Equations instantanées . . . . .	15
2.3 Opérateurs et séparation d'échelles . . . . .	16
2.3.1 Moyenne statistique . . . . .	16
2.3.2 Opérateur de filtrage . . . . .	18
2.3.3 Représentation spectrale de la séparation d'échelles pour les différentes approches. . . . .	19
2.4 Application d'un opérateur sur les équations instantanées . . . . .	22
2.4.1 Equations filtrées ou moyennées . . . . .	22
2.4.2 Problème de fermeture . . . . .	22
2.5 Cadre numérique de l'étude . . . . .	24
2.6 Conclusion . . . . .	25
<b>3 Physique des écoulements turbulents pariétaux anisothermes</b>	<b>27</b>
3.1 Introduction . . . . .	27
3.2 Couche limite turbulente pour la dynamique de l'écoulement . . . . .	27
3.2.1 Couche limite dynamique . . . . .	27
3.2.2 Structures cohérentes en proche paroi . . . . .	28
3.2.3 Influence du nombre de Reynolds . . . . .	30
3.3 Transferts thermiques en proche paroi . . . . .	32
3.3.1 Couche limite thermique et influence des nombres de Prandtl et Reynolds . . . . .	32
3.4 Conclusion . . . . .	35
<b>4 Simulation numérique et modélisation des écoulements turbulents</b>	<b>37</b>
4.1 Introduction . . . . .	37
4.2 Modélisation statistique . . . . .	37
4.2.1 Modèles algébriques . . . . .	37
4.2.2 Modèles à équations de transport . . . . .	39

4.3	Simulation des Grandes Echelles . . . . .	41
4.3.1	Modèle de Smagorinsky . . . . .	41
4.3.2	Modèle WALE . . . . .	42
4.3.3	Modèle fonction de structure . . . . .	43
4.3.4	Autres modélisations sous-maille et approches non-fickiennes . . .	44
4.4	Couplage RANS/LES - Etat de l'art . . . . .	48
4.4.1	Décomposition zonale dans le domaine spatial . . . . .	49
4.4.2	Décomposition dans le domaine fréquentiel . . . . .	52
4.4.3	Modélisation universelle . . . . .	53
4.5	Modélisation de paroi . . . . .	56
4.5.1	Lois de paroi basées sur une loi analytique . . . . .	56
4.5.2	Modèle de paroi TBLE . . . . .	59
4.6	Conclusion . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Mise en évidence des défauts de la Simulation des Grandes Echelles dans un contexte de maillage grossier</b>	<b>63</b>
5.1	Introduction . . . . .	63
5.2	Présentation d'une simulation numérique propre à la configuration du canal plan bi-périodique et paramètres de calcul . . . . .	63
5.3	Caractéristiques de la simulation des grandes échelles en maillage grossier	65
5.4	Influence de l'évaluation de la viscosité turbulente en première maille . . .	72
5.5	Influence du modèle sous-maille . . . . .	77
5.6	Conclusion . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Lois de paroi dans une configuration de couche limite attachée</b>	<b>81</b>
6.1	Introduction . . . . .	81
6.2	Résumé de l'article 1 et commentaires . . . . .	81
6.3	Article 1 : Passive scalar wall modelling on a heated and turbulent plane channel flow . . . . .	83
6.3.1	Introduction . . . . .	84
6.3.2	Numerical setup and modelling framework . . . . .	85
6.3.3	Results and discussion . . . . .	88
6.3.4	Concluding remarks . . . . .	92
6.3.5	Figures . . . . .	92
6.4	Conclusion . . . . .	101
<b>7</b>	<b>Lois de paroi en couche limite décollée</b>	<b>103</b>
7.1	Introduction . . . . .	103
7.2	Présentation de la configuration d'obstacle cubique dans une matrice de cube	103
7.3	Résultats et discussions . . . . .	106
7.3.1	Résultats pour le maillage M10 à $Re_\tau = 370$ . . . . .	106
7.3.2	Résultats pour le maillage M11 à $Re_\tau = 1400$ . . . . .	118
7.4	Conclusion . . . . .	124

<b>8</b>	<b>Couplage RANS/LES avec une approche basée sur un terme de forçage</b>	<b>125</b>
8.1	Introduction et motivations . . . . .	125
8.2	Résumé de l'article 2 : Couplage RANS/LES appliqué à l'équation de conservation de la quantité de mouvement . . . . .	125
8.3	Article 2 : <i>RANS/LES coupling for unsteady turbulent flow simulation at high Reynolds number on coarse meshes</i> . . . . .	127
8.3.1	Introduction . . . . .	127
8.3.2	Modeling framework . . . . .	129
8.3.3	Numerical Setup . . . . .	133
8.3.4	Results and discussion . . . . .	135
8.3.5	Conclusion and future work . . . . .	150
8.4	Résumé de l'article 3 : Extension à la température et influence des différents paramètres du terme de forçage RANS/LES . . . . .	151
8.5	Article 3 : <i>RANS/LES coupling using a forcing term approach</i> . . . . .	152
8.5.1	Introduction . . . . .	152
8.5.2	Numerical setup and modeling framework . . . . .	153
8.5.3	RANS/LES coupling method . . . . .	155
8.5.4	Results . . . . .	156
8.5.5	Conclusion . . . . .	159
8.5.6	Figures . . . . .	160
8.6	Conclusion et perspectives sur le terme de forçage RANS/LES . . . . .	165
<b>9</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>167</b>
<b>A</b>	<b>Implémentation des schémas numériques dans la zone TBLE</b>	<b>171</b>
A.1	Introduction . . . . .	171
A.2	Numerical solving method in the TBLE fine grid . . . . .	171
A.2.1	Equations in the fine mesh . . . . .	171
A.2.2	Numerical method . . . . .	172
A.2.3	Boundary conditions . . . . .	173
A.2.4	Numerical procedure . . . . .	175
A.3	TBLE user guide using TRIO_U code . . . . .	175
A.3.1	Required TBLE keywords . . . . .	175
A.3.2	Optional TBLE keywords . . . . .	176
A.4	TBLE implementation in TRIO_U code . . . . .	176
A.5	Conclusion and future work . . . . .	176





# Chapitre 1

## Introduction et problématique

La simulation numérique et plus particulièrement la mécanique des fluides numérique (CFD, pour *Computational Fluid Dynamics*) s'est révélée être un outil précieux (en complément des expérimentations) pour améliorer la sûreté et la conception des réacteurs nucléaires. Dans l'industrie nucléaire, les écoulements sont essentiellement transitionnels ou turbulents : le fluide joue le rôle de caloporteur. Dans un cœur de réacteur à eau sous pression, par exemple, l'écoulement circule à travers les éléments combustibles et véhicule la chaleur jusqu'à un échangeur thermique : le générateur de vapeur. Nous nous concentrons ici sur les écoulements monophasiques.

Les principales caractéristiques de ces configurations d'écoulements sont les suivantes :

- ▷ *géométries complexes* : présence de parois et d'obstacles
- ▷ *différents régimes thermiques* : de la convection naturelle à la convection forcée
- ▷ *fortes instationnarités* : du faiblement au pleinement turbulent, souvent hors équilibre
- ▷ une *large gamme de nombre de Reynolds*

Afin d'illustrer les trois premiers points nous pourrions considérer la configuration de la Fig. 1.1 qui concerne une simulation des grandes échelles en régime de convection naturelle.

Nous pouvons également illustrer les deux dernières caractéristiques en considérant une branche chaude d'un réacteur à eau sous-pression de 1300 MW en régime nominal. D'après les caractéristiques d'un tel écoulement données par Glasstone et Sesonske [66] et les propriétés physiques du fluide dans une telle situation données par Herer et Gallori [73], le nombre de Reynolds de l'écoulement varie entre  $10^7$  et  $10^8$  ce qui correspond à un régime turbulent. De plus, Glasstone et Sesonske [66] indiquent une longueur de branche chaude de 7 mètres pour un diamètre de 70 centimètres. Or, d'après Aladyev [5], il faut au moins une distance de 40 diamètres à un écoulement de conduite (quelque soit le régime d'écoulement) pour s'établir complètement. Notre exemple d'écoulement en branche chaude est donc fortement turbulent tout en étant transitoire (hors équilibre).

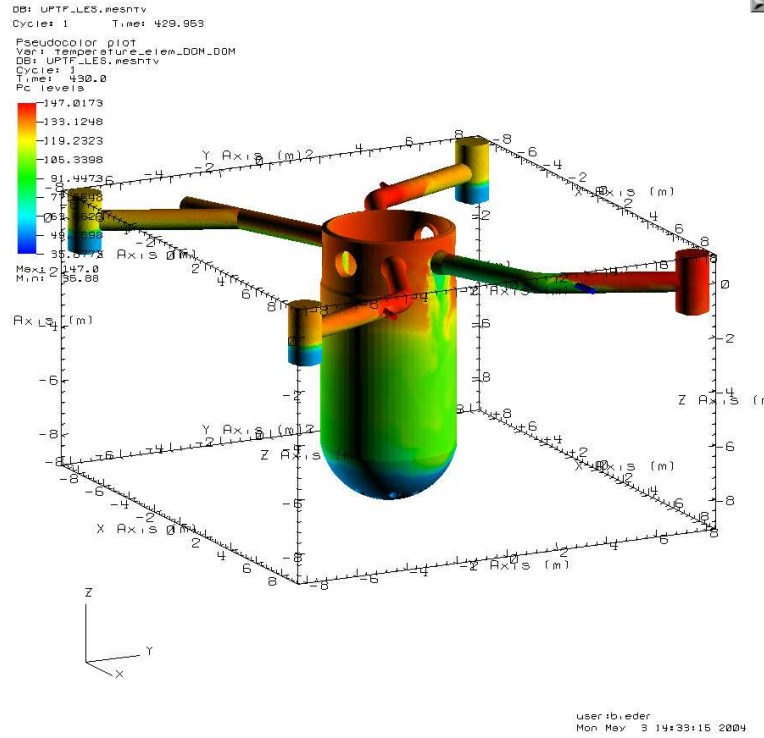


FIG. 1.1 – Champ instantané de température lors d’une simulation de la configuration UPTF (pour *Upper Plenum Test Facility*). Il s’agit d’une maquette du système primaire à 4 branches d’un réacteur à eau sous-pressure de 1300 MW (voir l’article de Umminger et al. [144] pour une description complète de la configuration d’écoulement). Cette simulation des grandes échelles a été comparée à la série d’essais TRAM C3 qui cherche à reproduire la phase de reprise de la convection naturelle lors d’un transitoire accidentel dû à une perte de réfrigérant primaire. Pour plus d’informations sur cette simulation, consulter la note technique de U. Bieder et E. Garré [23].

Ces deux exemples cités ci-avant concernent la classe des écoulements turbulents pariétaux internes.

Afin d’investiguer numériquement ce type d’écoulement, il existe plusieurs approches possibles qui sont plus ou moins appropriées selon la puissance de calcul requise et la capacité prédictive attendue. La simulation numérique directe (DNS, pour *Direct Numerical Simulation*) permet, par résolution des équations de Navier-Stokes, de déterminer tous les degrés de liberté de l’écoulement. Elle est donc capable de décrire la physique de l’écoulement de manière très précise puisque toutes les échelles de la turbulence sont explicitement calculées. Seules les erreurs de précision des schémas numériques utilisés limitent la description de la physique de l’écoulement. La manifestation de l’agitation turbulente peut être vue comme l’interaction énergétique entre une multitude de structures tourbillonnaires de taille et d’échelle de temps diverses. Ces mécanismes d’échange d’énergie se font sur une large gamme d’échelles à la fois spatiales et temporelles. Aussi, ce type d’écoulement présente-t-il un grand nombre de degrés de liberté. Les tourbillons les plus énergétiques (échelle intégrale  $L$ ), dits porteurs d’énergie, transfèrent leur énergie aux tourbillons plus petits, et ainsi de suite, jusqu’à une échelle dissipative (échelle de Kolmogorov  $\eta$ ) où la viscosité moléculaire transforme l’énergie mécanique en énergie interne. Or, dans le cas d’une turbulence homogène isotrope, le rapport des deux échelles de longueurs précédentes est proportionnel au nombre de Reynolds  $Re$  basé sur l’échelle intégrale :

$$\frac{L}{\eta} = \mathcal{O}\left(Re^{3/4}\right) \quad (1.1)$$

La résolution en maillage requise pour une simulation tridimensionnelle est donc proportionnelle à  $Re^{9/4}$  ( $Re$  étant le nombre de Reynolds de l’écoulement). Notre exemple précédent de branche chaude nécessiterait une résolution de maillage de  $10^{16} - 10^{20}$  noeuds de calculs. Etant donné les travaux publiés jusqu’à aujourd’hui, une simulation numérique d’une configuration académique reposant sur un maillage de l’ordre de  $10^9$  apparaît déjà comme impressionnante (voir les calculs réalisés pour les articles [3] et [53]). La DNS paraît donc pour l’instant hors de portée de nos capacités de calculs actuelles.

Les méthodes statistiques (ou RANS, pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes*), qui ont été massivement utilisées par le monde industriel pour étudier numériquement les écoulements turbulents jusqu’à aujourd’hui, modélisent toutes les échelles de la turbulence et réduisent ainsi considérablement le nombre de degrés de liberté à calculer. Cependant, cette approche se restreint à la description des champs moyens (au sens statistique) de l’écoulement ce qui peut nuire à l’investigation de l’instationnarité de l’écoulement.

La simulation des grandes échelles (LES, pour *Large Eddy Simulation*) est en quelque sorte intermédiaire entre les deux précédentes approches. Elle repose sur la modélisation des petites échelles de la turbulence (*échelles sous-maille*) et sur le calcul explicite des grandes échelles. Comme une partie fréquentielle du champ physique est simulée, certaines fréquences (basses et moyennes) de l’écoulement peuvent être capturées par une telle approche. Cette dernière est d’ailleurs déjà utilisée pour traiter des configurations industrielles comme nous l’avons illustré dans notre premier exemple (Fig. 1.1). La LES semble, en effet, accessible aux configurations industrielles où le nombre de Reynolds reste modéré et où les contraintes pariétales ne sont pas trop importantes.

Toutefois, dans la plupart des configurations rencontrées dans l'industrie nucléaire (comme dans beaucoup d'autres industries : aéronautique, ...), les écoulements sont de type turbulent pariétal avec un nombre de Reynolds élevé. Or, selon Baggett [12], la résolution de maillage requise pour ce genre d'écoulement est proportionnel à  $Re_\tau^2$  ( $Re_\tau$  étant le nombre de Reynolds de frottement). Notre exemple de branche chaude nécessiterait au moins une résolution de maillage de  $10^{10}$  à  $10^{12}$  mailles. Le coût numérique de tels maillages restent difficiles à atteindre aujourd'hui encore, d'autant plus que ces estimations restent basées sur des simulations de configurations académiques avec des géométries très simples. Certains auteurs comme Spalart [130], qualifient la LES des écoulements pariétaux de QDNS (pour *Quasi DNS*) et estiment qu'elle ne sera pas accessible avant 2070 étant donné son coût numérique (voir Fig. 1.2).

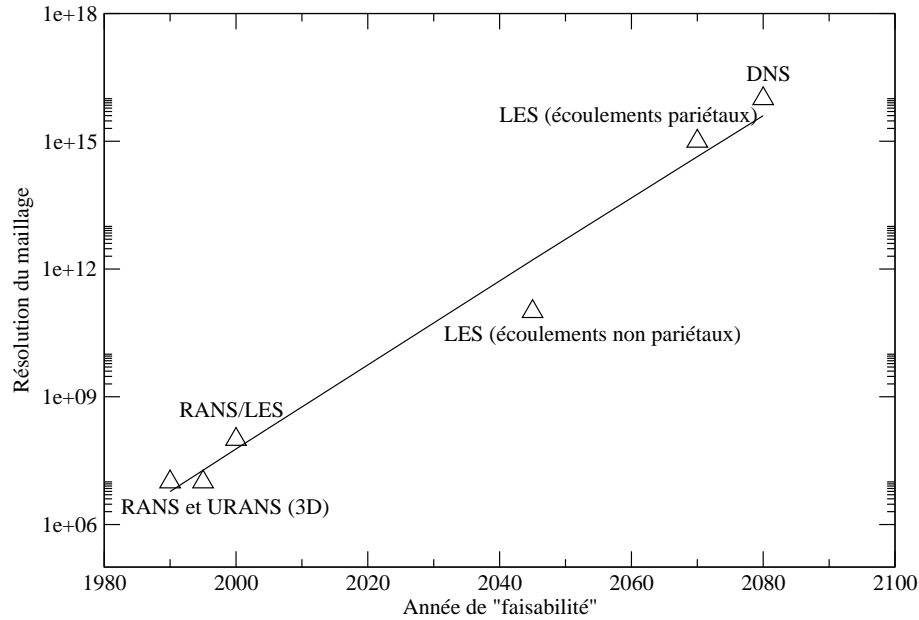


FIG. 1.2 – Faisabilité de la simulation numérique des écoulements turbulents (*Adapté de [130]*).

Bien que la LES des écoulements pariétaux (au sens QDNS) à haut nombre de Reynolds soit encore hors de portée pour notre puissance de calcul actuelle, il existe plusieurs approches hybrides qui ont pour objectifs de réduire le coût numérique de la simulation tout en préservant la capture (au moins partielle) de l'instationnarité de l'écoulement. Ces approches sont les méthodes RANS instationnaires (ou URANS pour *Unsteady RANS*), la simulation des grandes échelles avec des modèles de parois<sup>1</sup> et le couplage des méthodes RANS et des techniques LES (couplage RANS/LES). Nous verrons dans le chapitre 4 que le choix de la première approche n'est pas forcément judicieux lorsque la prédiction attendue ne se limite pas aux basses fréquences. Dans cette thèse nous nous concentrerons

<sup>1</sup>Nous distinguerons les simulations des grandes échelles dites **résolues à la paroi** dont le cisaillement pariétal est calculé explicitement, et celles qui utilisent des **modèles de paroi** qui modélise le cisaillement pariétal afin d'alléger les exigences de raffinement de maillage en proche paroi.

sur les deux dernières approches.

L'objectif de ce travail de thèse est double :

- ▷ Mettre en œuvre des lois de paroi standards dans ce cadre d'écoulement (haut nombre de Reynolds et transfert thermique) et de faire une analyse de leur défauts et qualités à partir d'éléments théoriques et de résultats de simulations.
- ▷ Proposer certaines pistes d'améliorations pour remédier aux défauts retenus de la simulation des grandes échelles avec lois de paroi standards.

Ce mémoire de thèse se divise en deux parties, la première concerne le cadre théorique de l'étude (chapitres 2 à 4) et la seconde expose les résultats numériques (chapitres 5 à 8).

Nous exposerons d'abord le formalisme général nécessaire à leur mise en équations (chapitre 2). Ensuite, nous insisterons sur la description de la physique des écoulements turbulents pariétaux afin de mieux appréhender la modélisation de ce genre d'écoulements (chapitre 3). Enfin, après un rapide survol du coût numérique des différentes stratégies de simulation des écoulements turbulents, les principes des modélisations de type RANS et de type LES seront d'abord séparément exposés, puis certaines méthodes hybrides seront présentées (chapitre 4).

En ce qui concerne les résultats numériques, nous avons choisi de réaliser des simulations en maillage grossier dans deux types de configuration : un canal plan bi-périodique uniformément chauffé et un écoulement pariétal dans une matrice d'obstacles cubiques. La première configuration est tout à fait représentative des questions soulevées dans la plupart des configurations nucléaires qui présentent une couche limite attachée. La seconde est destinée à mesurer les capacités à gérer des décollements et des recirculations derrière des obstacles. Le choix d'un obstacle cubique a été motivé par l'adoption de modélisations développées en maillage structuré.

Nous commencerons par établir les principaux défauts de la simulation des grandes échelles avec une loi de paroi standard dans un contexte de maillage grossier dans une configuration de canal plan bi-périodique uniformément chauffé (chapitre 5). Les défauts sont détectés sur le frottement, les champs moyens et les écarts-type de fluctuations. Forts de la description des différents défauts, nous tenterons de remédier à ces derniers selon deux stratégies différentes. La première stratégie proposée afin de corriger l'ensemble de ces défauts a été de développer un modèle de paroi sophistiqué appelé TBLE (pour *Thin Boundary Layer Equations*) en s'inspirant des travaux de Balaras et al. [13]. Ce modèle de paroi est basé sur la résolution d'équations de couche limite simplifiées avec une modélisation de type RANS dans la zone proche paroi. Notre apport pour le modèle de paroi TBLE est triple : (i) une méthode numérique capable de prendre en compte la résolution d'équations instationnaire a été établie afin de réaliser une simulation de type URANS dans la zone proche paroi, (ii) l'influence de la prise en compte des termes convectifs dans cette résolution a été étudiée et (iii) l'application de ce modèle de paroi a été élargi au champ thermique. Les améliorations apportées par le modèle de paroi TBLE ont été investiguées dans une configuration de canal plan bi-périodique uniformément chauffé (chapitre 6) et pour un écoulement pariétal dans une matrice d'obstacles cubiques (chapitre 7). La se-

---

conde stratégie se concentre sur la correction du frottement et des champs moyens par l'intermédiaire d'un terme de forçage, elle a été investiguée dans la configuration de canal plan bi-périodique uniformément chauffé (chapitre 8). Cette technique est destinée à être appliquée à des maillages plus grossiers que le modèle de paroi TBLE.

## Chapitre 2

# Formalisme, mise en équations des écoulements turbulents isovolumes, cadre numérique

### 2.1 Introduction

Nous exposerons dans ce chapitre le système d'équations régissant le mouvement du fluide, les outils statistiques nécessaires à l'étude des écoulements turbulents, ainsi que le cadre numérique de l'étude.

### 2.2 Equations instantanées

Les propriétés thermodynamiques du fluide étudié dans ce travail (masse volumique  $\rho$ , diffusivité thermique  $\lambda$ , viscosité dynamique  $\nu$ , capacité calorifique  $Cp$ ) sont considérées comme constantes.

L'écoulement est incompressible, faiblement anisotherme et les forces de gravité sont considérées comme négligeables. Néanmoins, des forces volumiques ( $f^u(t)$  et  $f^T(t)$ ) dépendantes du temps seront prises en compte dans les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie<sup>1</sup>. Le fluide est de nature visqueuse et possède un comportement newtonien.

Du fait de l'écoulement incompressible, la pression n'a pas de propriété thermodynamique et joue un rôle purement mécanique. De plus, les problèmes dynamiques et thermiques sont complètement découplés. Ajoutons que nous négligerons les effets de dissipation mécanique dans l'équation de conservation de l'énergie. Ainsi, cette dernière se résume à l'équation de transport d'un scalaire passif.

Sous ces hypothèses les équations qui régissent le mouvement *instantané* du fluide peuvent être exposées de la façon suivante :

---

<sup>1</sup>L'utilité de la considération de telles forces dans ces équations sera justifiée dans le chapitre 8.



Equation de continuité :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} + f_i^u \quad \text{avec} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.2)$$

Equation de l'énergie réduite au transport d'un scalaire passif :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(T u_j)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + f^T \quad (2.3)$$

$u_i$  est la vitesse de l'écoulement,  $P$  est sa pression et  $T$  est un scalaire passif.

## 2.3 Opérateurs et séparation d'échelles

Avant d'exposer les diverses méthodes de modélisation de la turbulence propres à la simulation des grandes échelles et aux méthodes statistiques, il convient d'évoquer les différents opérateurs inhérents à chacune de ces approches ainsi que la séparation d'échelles qu'ils engendrent.

### 2.3.1 Moyenne statistique

Lorsque différentes réalisations<sup>2</sup> sont considérées, les écoulements turbulents fournissent des résultats différents, ce qui confère un caractère aléatoire à ce type d'écoulement. Il apparaît alors naturel d'effectuer une moyenne statistique sur l'ensemble des réalisations possibles. Or comme cette procédure de moyenne reste fastidieuse (voire impossible), on utilise le **principe d'ergodicité** selon lequel une infinité de réalisations différentes  $\phi_r$  est équivalente à une même réalisation répétée pendant un temps infini. La moyenne statistique notée  $\langle . \rangle$  devient alors analogue à une moyenne temporelle, si et seulement si, l'écoulement est statistiquement stationnaire. Pour une fonction aléatoire  $\phi(x_i, t)$  dépendant de l'espace et du temps, le principe d'ergodicité s'écrit :

$$\langle \phi \rangle = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x_i, t) \quad \Longleftrightarrow \quad \langle \phi \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi(x_i, \alpha) d\alpha \quad (2.4)$$

Si et seulement si :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} \int_{t'}^{t'+T} R_{\phi\phi}(x_i, \alpha, \beta) d\alpha d\beta = 0 \quad (2.5)$$

Avec :

$$R_{\phi\phi}(x_i, t, t') = \langle (\phi(x_i, t) - \langle \phi(x_i, t) \rangle) (\phi(x_i, t') - \langle \phi(x_i, t') \rangle) \rangle \quad (2.6)$$

---

<sup>2</sup>Selon Chassaing [36], une réalisation est analogue à "un essai mettant en jeu le mouvement d'un même fluide sous des conditions initiales et aux limites répétitives, au degré de ce que peut garantir l'expérimentateur". Ce qui distingue deux réalisations est alors seulement dû au comportement aléatoire de l'écoulement (aux erreurs de mesures près).

Où  $R_{\phi\phi}(x_i, t, t')$  est l'auto-corrélation temporelle de la fonction  $\phi$ .

La condition (2.5) de stationnarité statistique peut être assouplie dans le cas d'une simulation RANS instationnaire. En effet, en pratique, la période  $T$  de l'expression (2.4) doit être *assez grande* pour que les échelles de l'agitation turbulente soient moyennées et *assez petite* pour que les éventuels phénomènes instationnaires basses-fréquences soient pris en compte. Cette remarque montre que pour un calcul RANS instationnaire, il est nécessaire que les oscillations des différentes grandeurs de l'écoulement soient décorréliées des échelles de la turbulence. On pressent alors que cette approche pourra rendre uniquement compte des événements basses-fréquences et sera dans l'incapacité de capturer les hautes fréquences [118] (ce point sera développé dans le paragraphe §4.4).

La moyenne statistique définie dans (2.4) permet d'effectuer une décomposition binaire du champ  $\phi(x_i, t)$  :

$$\phi(x_i, t) = \langle \phi(x_i, t) \rangle + \phi'(x_i, t) \quad (2.7)$$

$\phi'(x_i, t)$  est le champ complément entre le champ instantané et sa moyenne statistique. Dans la suite, nous évoquerons également ce champ complément sous le nom de *fluctuations* (sous-entendu fluctuations du champ instantané par rapport à sa moyenne statistique).

On peut montrer qu'avec la formulation (2.4), les moyennes statistiques vérifient les *axiomes de Reynolds* :

- Invariance d'une constante  $\lambda$  :

$$\langle \lambda \rangle = \lambda \quad (2.8)$$

- Linéarité entre les moyennes statistiques de deux fonctions aléatoires :

$$\langle \lambda\phi + \psi \rangle = \lambda\langle \phi \rangle + \langle \psi \rangle \quad (2.9)$$

- Idempotence :

$$\langle \langle \phi \rangle \psi \rangle = \langle \phi \rangle \langle \psi \rangle \quad (2.10)$$

- Commutation avec les opérateurs de dérivation spatiaux et temporels :

$$\langle \frac{\partial \phi}{\partial x} \rangle = \frac{\partial \langle \phi \rangle}{\partial x} \quad (2.11)$$

$$\langle \frac{\partial \phi}{\partial t} \rangle = \frac{\partial \langle \phi \rangle}{\partial t} \quad (2.12)$$

La moyenne statistique est aussi appelée *opérateur de Reynolds* et possède les propriétés suivantes, pour tous champs instantanés  $\phi$  et  $\psi$  :

$$\langle \langle \phi \rangle \rangle = \langle \phi \rangle \quad (2.13)$$

$$\langle \phi' \rangle = 0 \quad (2.14)$$

$$\langle\langle\phi\psi\rangle\rangle = \langle\phi\psi\rangle \quad (2.15)$$

$$\langle\langle\phi\rangle\psi'\rangle = 0 \quad (2.16)$$

Comme nous le verrons au paragraphe §2.4, ces propriétés simplifieront grandement l'expression des équations moyennées.

### 2.3.2 Opérateur de filtrage

La simulation des grandes échelles introduit un opérateur de filtrage (ou plus simplement *filtre*) qui est un filtre passe-bas en espace. D'où la définition mathématique du filtre  $\mathcal{F}$  de largeur  $\overline{\Delta}$  qui s'exprime sous la forme d'un produit de convolution :

$$\overline{\phi}(x_i, t) = \mathcal{F} * \phi = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}(\overline{\Delta}(x_i, t), x_i - \zeta, t - \alpha) \cdot \phi(x_i, t) d\zeta d\alpha \quad (2.17)$$

$\overline{\Delta}(x_i, t)$  est appelée *longueur de coupure* à laquelle on associe le nombre d'onde de coupure  $k_c$  dans l'espace spectral. Dès lors, une nouvelle décomposition peut être introduite :

$$\phi = \overline{\phi} + \phi'' \quad (2.18)$$

$\phi''$  est le complément entre le champ instantané  $\phi$  et le champ filtré  $\overline{\phi}$ .

Il est important de remarquer que, contrairement à la moyenne statistique, l'opérateur de filtrage ne commute a priori pas avec les opérateurs de dérivation. Il a cependant été montré par Ghosal [65] que l'erreur commise lors d'une telle commutation (ou pour la propriété de linéarité) reste petite par rapport aux erreurs engendrées par les schémas numériques que nous utiliserons dans cette étude.

De plus, pour un filtre quelconque, les propriétés (2.13), (2.14), (2.15) et (2.16) ne sont en général pas vérifiées. Et en particulier, on a :

$$\overline{\overline{\phi}} \neq \overline{\phi} \quad \text{et} \quad \overline{\phi''} \neq 0 \quad (2.19)$$

En pratique, pour les configurations d'écoulements de type industriel, la longueur de coupure  $\overline{\Delta}$  est déterminée à partir de la taille de maille du problème discret. On dit alors que le filtre est implicite. La formulation la plus communément utilisée est :

$$\overline{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (2.20)$$

où  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  sont les tailles de maille dans les différentes directions du maillage. Malgré cette formulation précise de la longueur de coupure, l'opération de filtrage issue de la LES dépend de paramètres variés [64] :

- la discrétisation spatio-temporelle (pas d'espace et pas de temps).

- l’ordre des schémas numériques (schéma de convection, schéma de diffusion, schéma en temps).
- les erreurs dues à la modélisation de la turbulence.

Soulignons également qu’il existe d’autres approches, basées sur des méthodes de projection, pour appliquer un filtre en simulation des grandes échelles.

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, Hughes et Stewart [75] proposent une approche variationnelle multi-échelles. Dans cette dernière, les grandes échelles sont discrétisées avec des fonctions de forme standards alors que des fonctions de forme de type “bulle” (*bubbles*) sont utilisées pour les échelles sous-maille. Ces dernières fonctions n’engendrent pas de nouveaux degrés de liberté grâce à l’utilisation d’une méthode de stabilisation.

On pourra aussi citer les méthodes Galerkin-POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) qui consistent à projeter les équations de Navier-Stokes sur une base modale et seulement les modes les plus énergétiques sont considérés. Historiquement, cette décomposition se faisait sur une base de fonctions de Fourier et se concentrait surtout sur des écoulements homogènes. Cependant, de récents développements (Aubry et al. [9], Podvin [113], Couplet et al. [43]), ont permis d’investiguer, grâce à cette approche, des écoulements turbulents inhomogènes.

### 2.3.3 Représentation spectrale de la séparation d’échelles pour les différentes approches.

Dans ce paragraphe, nous nous proposons de décrire très schématiquement, dans l’espace spectral, la séparation d’échelles induite par chacune des approches citées précédemment.

Pour les figures Fig. 2.1 à Fig. 2.3, le spectre d’énergie turbulente est décomposé en une partie résolue (a) et une partie modélisée (b). Pour l’approche RANS (Fig. 2.1), la totalité du spectre est modélisée. Pour l’approche RANS instationnaire (Fig. 2.2), seules les basses fréquences (faibles nombres d’onde) sont résolues et le reste du spectre est modélisé. Quant à la LES (Fig. 2.3), les grandes échelles sont résolues jusqu’à un nombre d’onde correspondant à la longueur de coupure  $k_c$ . Au delà de ce dernier, les petites échelles de la turbulence sont modélisées par un modèle sous-maille.

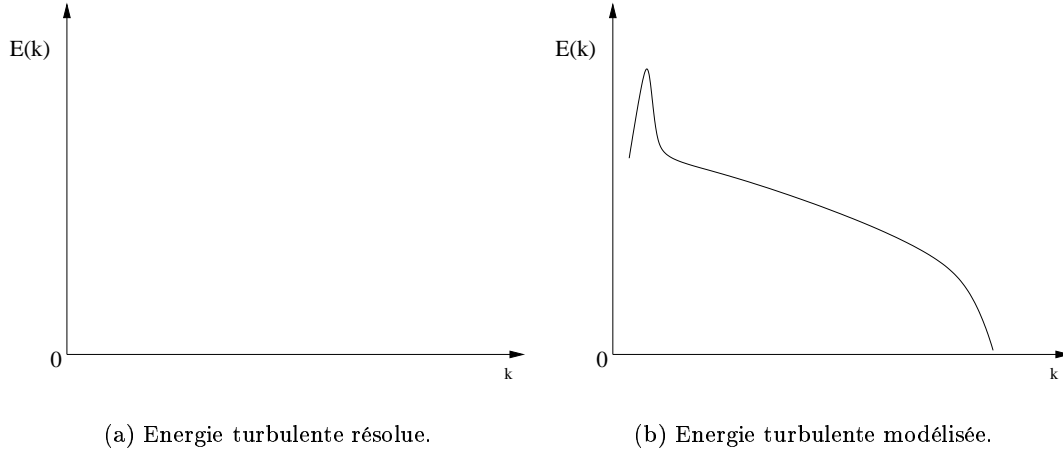


FIG. 2.1 – Spectres énergétiques correspondant à une décomposition RANS.

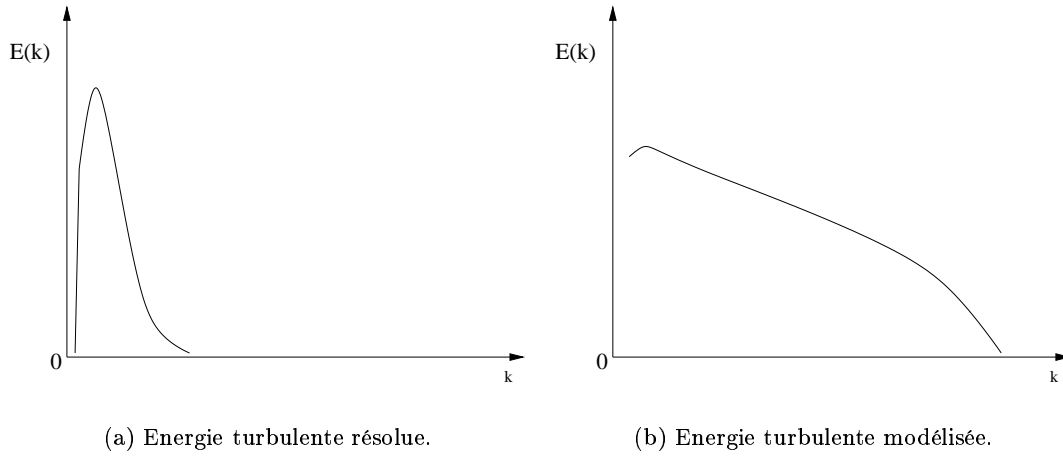


FIG. 2.2 – Spectres énergétiques correspondant à une décomposition RANS instationnaire (URANS).

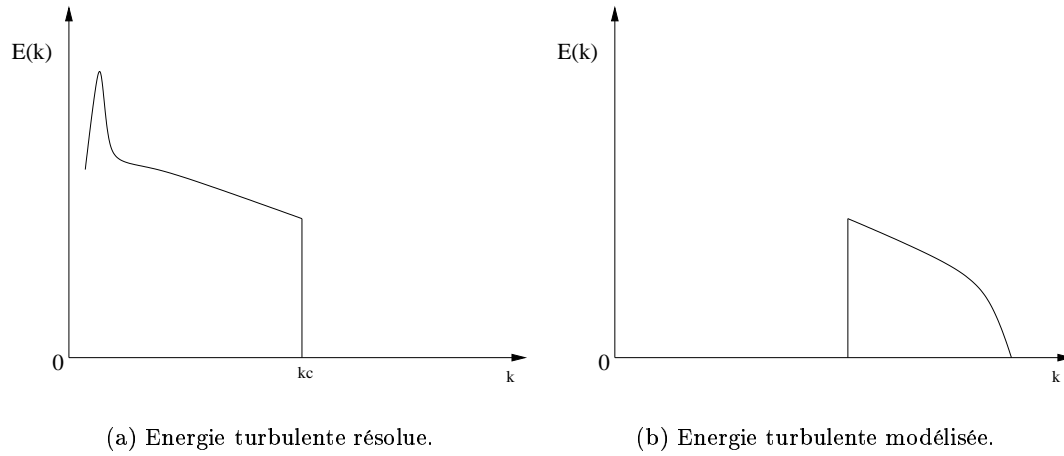


FIG. 2.3 – Spectres énergétiques correspondant à une décomposition LES.

## 2.4 Application d'un opérateur sur les équations instantanées

### 2.4.1 Equations filtrées ou moyennées

Nous noterons  $\widetilde{(\cdot)}$  un opérateur générique pouvant être soit une moyenne statistique soit un filtre LES ayant les propriétés de commutation avec les opérateurs de dérivation  $\frac{\partial}{\partial t}$  et  $\frac{\partial}{\partial x_i}$  décrites au paragraphe §2.3. Appliquons maintenant cet opérateur aux équations (2.1), (2.2) et (2.3) :

$$\frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widetilde{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial \widetilde{S}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \widetilde{f}_i^u \quad \text{avec} \quad \tau_{ij} = \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \widetilde{u_i u_j} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial t} + \frac{\partial(\widetilde{T} \widetilde{u}_j)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 \widetilde{T}}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \Theta_j}{\partial x_j} + \widetilde{f}^T \quad \text{avec} \quad \Theta_j = \widetilde{T} \widetilde{u}_j - \widetilde{T u_j} \quad (2.23)$$

Ainsi, apparaissent deux nouveaux tenseurs  $\tau_{ij}$  et  $\Theta_j$  qui restent indéterminés puisque les quantités  $\widetilde{u_i u_j}$  et  $\widetilde{T u_j}$  sont des inconnues du problème.

▷ Pour une approche de type LES, deux tenseurs s'expriment de la façon suivante :

$$\tau_{ij}^{LES} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad \text{et} \quad \Theta_j^{LES} = \overline{T u_j} - \overline{T} \overline{u_j} \quad (2.24)$$

▷ Pour une approche de type RANS, ces deux tenseurs sont simplifiés grâce aux propriétés propres aux opérateurs de Reynolds (2.13) et (2.14) puis à la décomposition (2.7) :

$$\tau_{ij}^{RANS} = -\langle u_i' u_j' \rangle \quad \text{et} \quad \Theta_j^{RANS} = -\langle T' u_j' \rangle \quad (2.25)$$

Le tenseur  $\tau_{ij}^{RANS}$  ainsi défini est aussi appelé *tenseur de Reynolds*. La fermeture du système d'équations constitué par (2.21), (2.22) et (2.23) nécessite de déterminer les tenseurs  $\tau_{ij}$  et  $\Theta_j$  en effectuant leur modélisation.

### 2.4.2 Problème de fermeture

Dans ce paragraphe, nous nous intéresserons aux procédures, communes aux approches RANS et LES, les plus simples pour fermer les équations de conservation de la quantité de mouvement (2.22) et de conservation d'énergie (2.23). Des modèles de fermetures plus élaborés que ceux exposés ci-après seront évoqués dans le chapitre 4.

### Hypothèse de Boussinesq

Selon cette hypothèse, les contraintes dues à l'agitation turbulente peuvent être assimilées aux contraintes visqueuses et obéissent à une loi analogue à la loi de comportement des fluides newtoniens :

$$\tau_{ij}^d = \tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = 2\nu_t\tilde{S}_{ij} \quad (2.26)$$

$\tau_{ij}^d$  est le déviateur du tenseur de fermeture  $\tau_{ij}$  de l'équation de conservation de mouvement filtré ou moyenné.  $\nu_t$  est la viscosité turbulente. Le mouvement dû à l'agitation turbulente est alors associé à un effet purement diffusif. Comme il est fait en théorie cinétique des gaz pour qualifier la viscosité cinématique, la viscosité turbulente est, par analogie dimensionnelle, estimée comme proportionnelle au produit d'une échelle de longueur  $\mathcal{L}$  et une vitesse caractéristique  $\mathcal{U}$  :

$$\nu_t = C_\mu \mathcal{L} \mathcal{U} \quad (2.27)$$

$C_\mu$  étant une constante à déterminer.

### Fermeture de l'équation de conservation de l'énergie

L'hypothèse de Boussinesq, vue préalablement, assure la fermeture de l'équation (2.22). Or, l'équation (2.23) nécessite également d'être fermée par la modélisation du terme  $\Theta_j$ . De la même façon que pour (2.26) et par analogie à la loi de Fourier, on peut modéliser le terme  $\Theta_j$  en supposant qu'il est colinéaire au gradient de température. On parle alors d'approche *fickienne* :

$$\Theta_j = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.28)$$

où  $\alpha_t$  est la diffusivité turbulente dans le cas d'un calcul RANS et la diffusivité sous-maille pour une LES (elle sera alors notée  $\alpha_{sgs}$ ).

Dès lors, la notion de nombre de Prandtl turbulent peut être introduite par analogie au nombre de Prandtl moléculaire :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \quad (2.29)$$

Plutôt que de modéliser explicitement le terme  $\Theta_j$  ou  $\alpha_t$ , nous avons choisi d'adopter l'hypothèse de **nombre de Prandtl turbulent constant**. Etant donnés les nombres de Prandtl moléculaires considérés dans ce travail, cette hypothèse semble raisonnable d'après les travaux de Kawamura et al. [79]. Généralement, la valeur du nombre de Prandtl turbulent se situe entre 0.5 et 1.1. Kawamura et al. [79] montrent que pour un nombre de Reynolds modéré ( $Re_\tau = 180$ ) et pour des nombres de Prandtl moléculaires compris entre 0.6 et 5. (Voir le tableau 2.1), le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  reste proche de l'unité.

Dans notre étude, nous supposons que ce résultat reste valide pour des nombres de Reynolds plus élevés et nous considérerons que  $Pr_t = 0.9$  en s'inspirant des travaux de Lyons et al. [91] et Kawamura et al. [79].



TAB. 2.1 – Valeurs des nombres de Prandtl moléculaires pour différents matériaux.

Matériaux	Métaux liquides	Gaz	Eau	Hydrocarbures
Pr	0.004-0.03	0.7-1.0	1.7-13.7	100-10 <sup>5</sup>

## 2.5 Cadre numérique de l'étude

Les calculs effectués dans ce travail de thèse ont été réalisés grâce au logiciel de calcul TRIO\_U développé dans le Service de Simulation Thermo-Hydraulique du CEA Grenoble. La résolution discrète des équations définies dans le paragraphe §2.2 est assurée par une approche de type volumes finis (pour plus d'informations sur l'architecture logicielle de ce code, voir la référence [31]). TRIO\_U est capable d'étudier des écoulements incompressibles ou compressibles à faible nombre de Mach (dilatables), ainsi que de gérer des maillages soit structurés soit non structurés. Notre étude se restreindra aux maillages structurés et aux écoulements incompressibles. Pour avoir des informations sur l'implémentation des schémas numériques, les thèses de C. Ackermann [4] ou de A. Châtelain [39] pourront être consultées.

Les schémas de discrétisation en espace sont centrés d'ordre deux pour les opérateurs de convection et de diffusion pour le champ de vitesse. En ce qui concerne le champ de température, un schéma centré d'ordre deux a également été utilisé pour l'opérateur de diffusion alors qu'un schéma d'ordre 3 avec limiteur de pente (QUICK) a été choisi pour l'opérateur de convection. Ce dernier choix a été motivé par les travaux de Châtelain et al. [39, 40] selon lesquels le schéma QUICK présente le meilleur compromis entre stabilité numérique et atténuation moindre des fluctuations de température<sup>3</sup>.

Le schéma en temps adopté pour tous les calculs de ce travail est de type explicite, il s'agit du schéma Runge-Kutta d'ordre 3.

La projection des équations de conservation de la quantité de mouvement (2.2) pour un écoulement incompressible entraînent la résolution d'une équation de Poisson afin d'assurer un champ de vitesse à divergence nulle. Ceci entraîne la résolution d'un système linéaire qui s'est effectuée, dans cette étude, soit grâce à une méthode directe de type Cholesky, soit grâce à une méthode itérative de type Gradient-Conjugué avec préconditionnement SSOR (pour une description de ces méthodes de résolution de système linéaire, on pourra consulter la référence [56]). La méthode utilisée sera précisée pour chaque calcul.

---

<sup>3</sup>Dans le cadre de la LES, le choix des schémas numériques appliqués à l'opérateur de convection peut avoir un rôle déterminant sur la représentation des effets instationnaires. Certains schémas ont tendance à osciller autour de la solution exacte et sont de nature instable, ils sont dits *dispersifs* (voir la référence [56]). D'autres ont tendance, quant à eux, à tendre très lentement vers la solution mais sont de nature stable, ils sont dits *dissipatifs*. Les premiers seront enclins à accentuer les effets instationnaires d'un écoulement alors que les seconds auront tendance à les amortir.

## **2.6 Conclusion**

Après avoir décrits le système d'équations régissant les écoulements considérés dans cette étude, nous avons appliqué des opérateurs de filtrage et de moyennes statistiques aux équations instantanées du mouvement. Nous avons ensuite montré que ce processus conduisait à l'apparition de nouvelles inconnues au système d'équations. La résolution de ce dernier implique donc l'introduction de relations supplémentaires (modèles de fermeture) qui sont décrites au chapitre 4. Enfin, le cadre numérique de l'étude a été brièvement exposé.

Avant d'exposer les différentes techniques de fermetures qui entraîneront un certain degré de modélisation, une description de la physique des écoulements turbulents pariétaux anisothermes sera effectuée.



## Chapitre 3

# Physique des écoulements turbulents pariétaux anisothermes

### 3.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de décrire les phénomènes physiques propres aux écoulements turbulents pariétaux anisothermes afin d'appréhender leur modélisation et d'établir des fondements à l'analyse des résultats qui aura lieu dans les chapitres suivants. Nous exposerons d'abord les caractéristiques d'une couche limite dynamique et ses structures cohérentes, puis nous décrirons celles de la couche limite thermique.

### 3.2 Couche limite turbulente pour la dynamique de l'écoulement

#### 3.2.1 Couche limite dynamique

Contrairement à une couche limite laminaire dont la description ne fait intervenir qu'une échelle de longueur de référence (l'épaisseur de couche limite  $\delta$ ), une couche limite turbulente sur paroi lisse peut être décomposée en deux régions : une **région interne** très proche de la paroi ( $0 \leq y < 0.2\delta$ ) où les effets visqueux sont prédominants (l'adimensionnement des grandeurs en unités de paroi sera alors justifié) et une **région externe** ( $0.2\delta \leq y$ ) où l'agitation turbulente a un effet prépondérant.

Pour cette dernière région, l'échelle de vitesse de référence est la vitesse au centre (dans un canal plan) ou la vitesse d'entraînement (pour une couche limite turbulente sur plaque plane). L'échelle de longueur de référence correspondante est la demi-hauteur de canal ou l'épaisseur de couche limite.

Pour la région interne, la vitesse de référence est la vitesse de frottement  $u_\tau$  définie à partir du cisaillement pariétal  $\tau_w$  ( $x_2$  ou  $y$  étant la direction normale à la paroi) :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \text{avec} \quad \tau_w = \sqrt{\tau_{w12}^2 + \tau_{w23}^2} \quad (3.1)$$

La vitesse dans cette région de l'écoulement sera divisée par  $u_\tau$  pour obtenir la vitesse adimensionnée  $u^+$ . De façon analogue, la distance à la paroi  $y$  sera divisée par  $(\frac{\nu}{u_\tau})$  afin

de fournir une échelle de longueur adimensionnée  $y^+$ . Cette dernière sera alors exprimée en **unités de paroi**. La quantité  $\frac{\nu}{u_\tau}$  sera appelée *échelle de longueur visqueuse*.

On pourra alors définir un nombre de Reynolds de frottement  $Re_\tau$ , basé sur la vitesse de frottement  $u_\tau$  et une longueur caractéristique comme la demi-hauteur du canal plan  $h$  :

$$Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu} \quad (3.2)$$

La région interne se divise en trois zones que l'on peut décrire soit du point de vue énergétique (voir Fig. 3.1), soit du point de vue du profil de vitesse moyenne (voir Fig. 3.2) :

- ▷ Pour  $y^+ \leq 5$ , c'est la *sous-couche visqueuse* (ou *sous-couche laminaire*) où les effets de dissipation et la diffusion visqueuse sont en équilibre et dominant largement l'écoulement, le profil de vitesse est alors linéaire :

$$\langle u^+ \rangle = y^+ \quad (3.3)$$

- ▷ Pour  $5 < y^+ \leq 30$ , la *sous-couche tampon* est souvent vue, du point de vue du profil moyen de vitesse, comme une zone de raccordement entre la sous-couche visqueuse et la sous-couche inertielle.

Cette zone renferme également le maximum de production d'énergie cinétique turbulente situé vers  $y^+ = 15$ . Au delà de cette distance et jusqu'à la sous-couche inertielle, la diffusion turbulente devient prépondérante par rapport à la diffusion moléculaire.

- ▷ Pour  $y^+ > 30$ , c'est la *sous-couche inertielle* ou *sous-couche logarithmique* où la vitesse a un profil logarithmique :

$$\langle u^+ \rangle = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (3.4)$$

où  $\kappa$  est la constante de Von Karman ( $\kappa \simeq 0.415$ ) et  $C$  est une constante qui vaut environ 5.5 pour une paroi lisse. La sous-couche logarithmique est, en fait, la zone de jonction entre la région interne et la région externe. D'un point de vue énergétique, cette zone et toute la région externe sont le siège d'un équilibre entre production d'énergie cinétique turbulente et la dissipation. Autrement dit, l'énergie apportée par le mouvement moyen est complètement dissipée.

### 3.2.2 Structures cohérentes en proche paroi

Dans la région interne de la couche limite turbulente, et plus précisément dans la zone tampon, se trouve le maximum de production d'énergie cinétique turbulente vers  $y^+ \simeq 15$  (voir Fig. 3.1). Ce phénomène est étroitement lié aux différents processus mis en jeu dans cette zone de l'écoulement. On peut observer dans cette dernière, la présence alternée de poches hautes et basses vitesses, formant ainsi un réseau de structures cohérentes parallèles et allongées dans le sens de l'écoulement (voir Fig. 5.7). Ces structures tourbillonnaires sont plus connues sous le nom de **streaks**. Les poches basses vitesses sont d'abord très proches de la paroi, puis elles se soulèvent et, suite à une instabilité, finissent par exploser

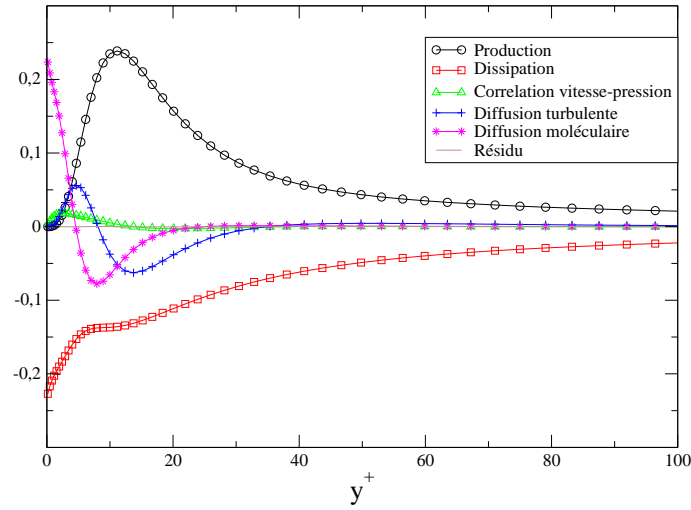


FIG. 3.1 – Bilan d'énergie cinétique turbulente proche de la paroi dans une configuration de canal plan à  $Re_\tau = 640$ , d'après les résultats DNS de Abe et al. [1]. L'équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente (4.10) est établie dans le sous-paragraphe §4.2.2.

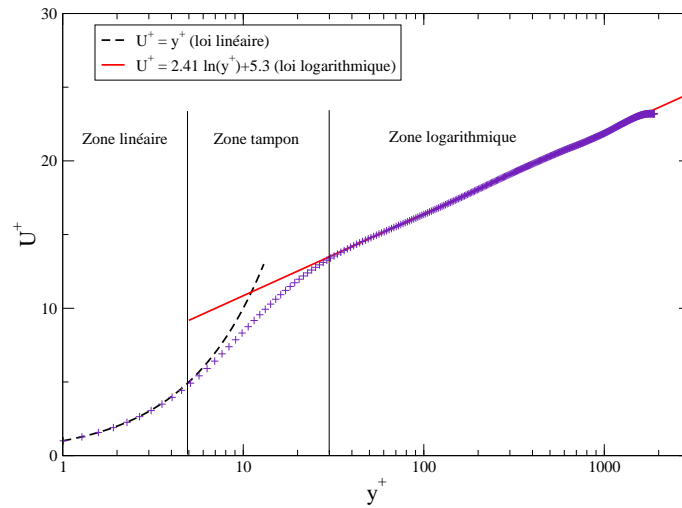


FIG. 3.2 – Profil de vitesse moyenne dans une configuration de canal plan à  $Re_\tau = 1900$ , d'après les résultats DNS de Del Alamo et al. [53].

en éjectant de petites structures dans la partie supérieure de la région interne, c'est la *phase d'éjection*. Les grosses structures, caractérisées par les poches hautes vitesses, tendent à ramener le fluide proche de la paroi, c'est la *phase de balayage*. Ces deux phases constituent le processus d'*éclatement tourbillonnaire*. D'après Kim et al. [81], ce processus est responsable de l'essentiel de la production de la turbulence.

Bien que présentant un caractère hautement instationnaire, les streaks semblent posséder des caractéristiques statistiques constantes et indépendantes du nombre de Reynolds [88]. Elles possèdent une longueur moyenne  $\lambda_x^+$  de 1000 unités de paroi et elles sont espacées de  $\lambda_z^+ \simeq 100$ .

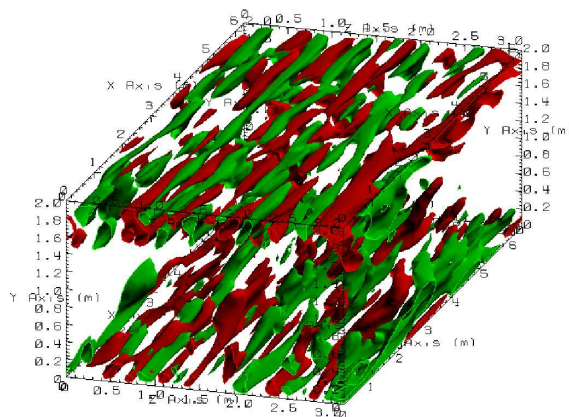


FIG. 3.3 – Illustration des streaks. Isosurfaces de la vorticité normale à la paroi d'après des résultats LES résolue à la paroi dans une configuration de canal plan à  $Re_\tau = 212$ .

#### 3.2.3 Influence du nombre de Reynolds

Etant donné les difficultés qu'entraînent leur investigation, les écoulements turbulents pariétaux à très haut nombre de Reynolds restent mal connus au voisinage de la paroi. En effet, à mesure que le nombre de Reynolds augmente, l'étendue de la zone interne de la couche limite diminue également (voir Fig. 3.4).

Les expérimentations peinent à fournir des quantités physiques très proches de la paroi, étant donné la finesse de l'épaisseur de la couche interne à haut nombre de Reynolds. De plus, comme nous l'avons vu lors de l'introduction, les simulations numériques directes étudiant de tels écoulements nécessiteraient une puissance de calcul largement hors de notre portée aujourd'hui. Cependant, de nombreuses études permettent de détecter certaines tendances relatives à l'augmentation du nombre de Reynolds d'une couche limite turbulente. En vue de la mise à l'épreuve de nos modèles, nous allons maintenant décrire ces tendances pour les configurations de conduite circulaire ou de canal plan, afin de former une base physique à notre discussion.

Si on se concentre sur la région interne de la couche limite turbulente, tous les profils moyens de vitesse respectent les lois linéaires et logarithmiques indépendamment du

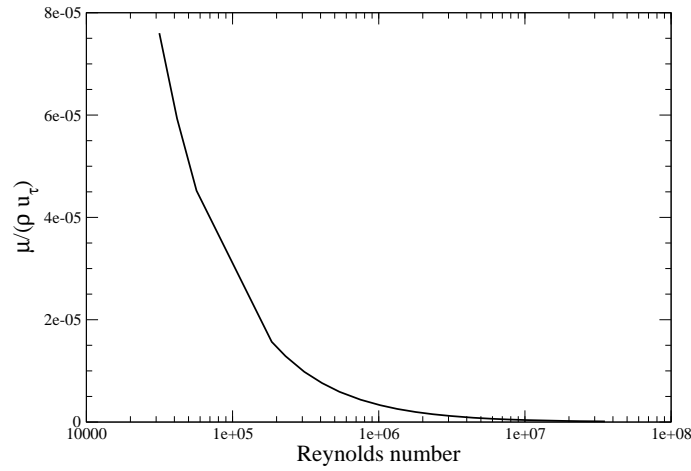


FIG. 3.4 – Evolution de l'unité de paroi en fonction du nombre de Reynolds selon l'expérience du *Superpipe* de Princeton [151].

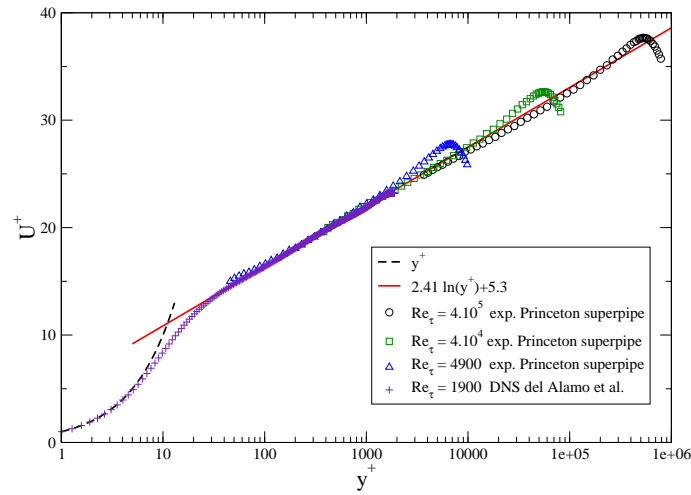


FIG. 3.5 – Profils moyens de vitesse longitudinale adimensionnés par les différentes vitesses de frottement pour une expérimentation sur une conduite circulaire (*Superpipe* de Princeton [151]) ou pour une Simulation Numérique Directe [53].



nombre de Reynolds (voir Fig. 3.5). Toutefois, la zone logarithmique semble s'étendre (en unités de parois) avec le nombre de Reynolds alors que la zone linéaire et tampon restent de tailles constantes.

En ce qui concerne les écarts-type des fluctuations de vitesse (voir Fig. 3.6), ils présentent un pic vers  $y^+ \simeq 15$  au niveau du maximum de production d'énergie cinétique turbulente. D'après les résultats DNS, la localisation de ce pic est constante lorsque le nombre de Reynolds augmente. La plupart des auteurs [82, 136] s'accordent en général pour dire que le niveau du pic de l'écart-type des fluctuations de la vitesse longitudinale adimensionnée  $\langle u'^2 \rangle / u_\tau$  est invariant avec le nombre de Reynolds et vaut environ 2.7-2.8. Cependant, les résultats DNS récents de Abe et al. [2] montrent que ce constat n'est pas évident et que le niveau des pics des écarts-type des fluctuations de vitesses transversale et normale augmentent de façon significative avec le nombre de Reynolds. Cette augmentation se fait plus subtile pour la vitesse longitudinale mais semble également présente comme des développements DNS récents l'ont mis en évidence (voir Fig. 3.6). Au delà du pic de production de turbulence, les niveaux des écarts-type de fluctuations de vitesse s'accroissent légèrement avec le nombre de Reynolds.

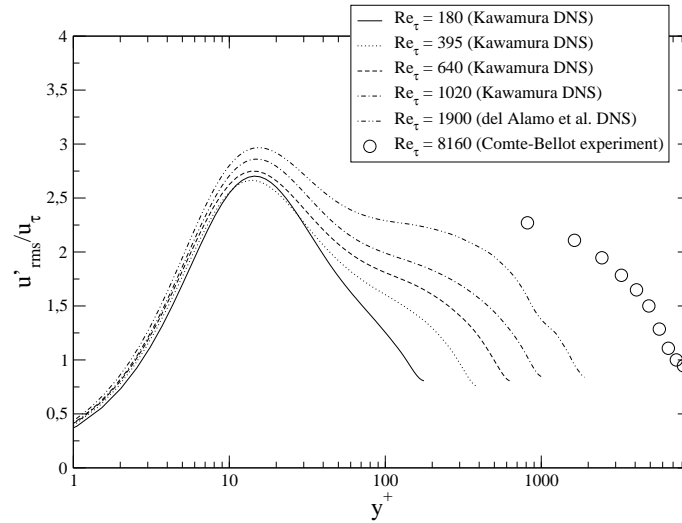


FIG. 3.6 – Profils des écarts-type de fluctuation vitesse longitudinale adimensionnés par les différentes vitesses de frottement pour deux Simulations Numériques Directes distinctes (Abe et al. [3] (notées Kawamura DNS) et del Alamo et al. [53]) et l'expérience de Comte-Bellot [42].

### 3.3 Transferts thermiques en proche paroi

#### 3.3.1 Couche limite thermique et influence des nombres de Prandtl et Reynolds

La couche limite thermique turbulente présente des caractéristiques similaires à son homologue dynamique. A l'instar de cette dernière, on peut définir pour la couche limite

thermique, une **température de frottement**  $T_\tau$  qui est basée sur le flux de chaleur pariétal  $\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w$  et la vitesse de frottement  $u_\tau$  :

$$T_\tau = \frac{\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w}{\rho C_p u_\tau} \quad (3.5)$$

L'adimensionnement de la température  $T^+$  sera alors de la forme suivante :

$$T^+ = \frac{T - T_w}{T_\tau} \quad (3.6)$$

$T_w$  étant la température de paroi. La région interne de la couche limite thermique peut également se diviser en trois zones distinctes qui sont étroitement liées au nombre de Prandtl  $Pr$  (voir les travaux de Kader [78]) :

- ▷ Au voisinage de la paroi,  $y^+ \leq 5 Pr$ , la zone est qualifiée de **sous-couche conductive** et le profil moyen de température est de la forme :  $T^+ = Pr y^+$ .
- ▷ La **sous-couche logarithmique** s'étend à partir de :
  - $y^+ \simeq \frac{12}{Pr^{1/3}}$  si  $Pr \gg 1$ , la sous-couche conductive est profondément immergée dans la sous-couche visqueuse.
  - $y^+ \simeq 30$  si  $Pr \simeq 1$ , on retrouve ici le comportement de la couche limite dynamique ce qui était prévisible, puisque les effets de viscosité moléculaire et de diffusivité thermique sont similaires.
  - $y^+ \simeq \frac{2}{Pr}$  si  $Pr \ll 1$ , la sous-couche conductive s'étend de la paroi à la zone logarithmique de la vitesse.

Le profil moyen de température a alors pour forme :

$$T^+ = 2.12 \ln(y^+) + \beta(Pr) \quad \text{avec} \quad \beta(Pr) = (3.85 Pr^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln(Pr) \quad (3.7)$$

- ▷ Une **sous-couche tampon** assurera la transition entre les deux zones précédentes.

Précisons, de plus, que Kader [78] a proposé une expression générale du profil moyen de température dans des configurations de couche limite attachée :

$$T^+ = Pr y^+ \exp(-\Gamma) + [2.12 \ln((1 + y^+)\gamma) + \beta(Pr)] \exp(-1/\Gamma) \quad (3.8)$$

avec :

$$\Gamma = \frac{10^{-2} (Pr y^+)^4}{1 + 5 Pr^3 y^+} \quad (3.9)$$

Le coefficient  $\gamma$  diffère selon la configuration de l'écoulement :

- ▷ Pour un écoulement dans un tuyau de rayon  $R$  ou un canal plan de demi-hauteur  $R$  :

$$\gamma = \frac{1.5(2 - y/R)}{1 + 2(1 - y/R)^2} \quad (3.10)$$

▷ Pour un écoulement de type couche limite turbulente d'épaisseur  $\delta$  sur une plaque plane :

$$\gamma = \frac{2.5(2 - y/\delta)}{1 + 4(1 - y/\delta)^2} \quad (3.11)$$

La loi de Kader peut être comparée à des résultats DNS (voir Fig. 3.7) et les corrobore complètement.

Subramanian et Antonia [136] puis Kawamura et al. [79] ont étudié l'influence du nombre de Reynolds sur la couche limite thermique. Selon ces auteurs, le pic de l'écart-type des fluctuations de température est indépendant du nombre de Reynolds et sa valeur adimensionnée semble se situer entre 2.3 et 2.6 pour un nombre de Reynolds de frottement allant de 180 à 1020 et pour un nombre de Prandtl de 0.71. On peut constater sur la Fig. 3.8 que le pic se situe autour de  $y^+ = 20$  comme l'ont également remarqué Teitel et Antonia [137]. Ces derniers proposent d'ailleurs une corrélation pour le comportement des fluctuations de température dans la zone proche paroi ( $y^+ \leq 6$ ) :  $T'_{rms}/T_\tau = 0.36 Pr y^+$ . Au delà du pic, le niveau des fluctuations de température augmente avec le nombre de Reynolds tout comme les fluctuations de vitesse.

Abe et al., puis Kawamura et al.[3, 79] montrent également que le pic de fluctuations est étroitement lié à la valeur du nombre de Prandtl. En effet, si  $Pr$  diminue, la localisation du pic de fluctuations de température s'éloigne de la paroi et le niveau des fluctuations diminue.

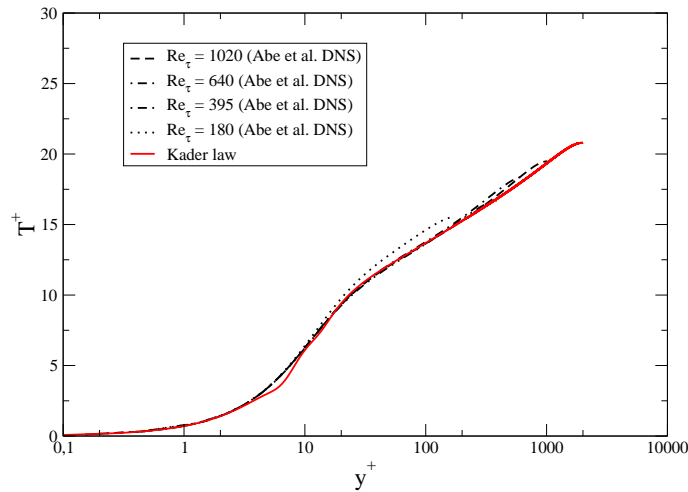


FIG. 3.7 – Comparaison entre des profils moyens de température issus des DNS de Abe et al., puis Kawamura et al.[3, 79] et la loi de Kader [78] pour  $Pr = 0.71$ .

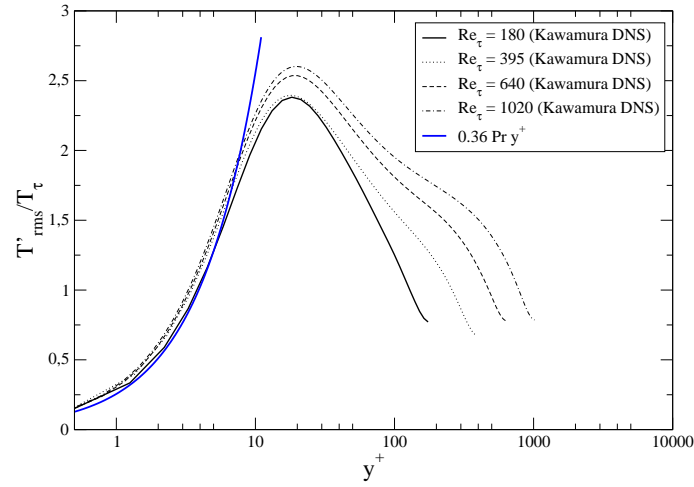


FIG. 3.8 – Influence du nombre de Reynolds sur le pic de fluctuations de température d'après les DNS de Abe et al., puis Kawamura et al.[3, 79] pour une configuration de canal plan bi-périodique avec flux de chaleur imposé.

### 3.4 Conclusion

Lors de ce chapitre nous avons décrit les phénomènes physiques et leurs incidences sur les champs de vitesse et de température des couches limite dynamiques et thermiques. Nous allons maintenant présenter différentes techniques de simulation et modélisation de l'agitation turbulente.



## Chapitre 4

# Simulation numérique et modélisation des écoulements turbulents

### 4.1 Introduction

La modélisation des écoulements turbulents peut s'effectuer sous des formes très diverses. Nous décrirons, d'abord, les modélisations RANS et modélisations sous-maîles propres à la LES. Ensuite, nous nous concentrerons sur les méthodes hybrides : un état de l'art des techniques de couplage RANS/LES sera dressé et nous présenterons les types de modélisation de paroi abordés dans cette étude.

### 4.2 Modélisation statistique

Les modèles statistiques ont connu un certain succès depuis un demi-siècle. Le développement de ce type de modélisation a donné naissance à de nombreux modèles dont le lecteur intéressé pourra trouver une classification plus complète dans le cours de B. Aupoix [10] ou l'ouvrage de P. Chassaing [36]. Nous nous limiterons dans ce travail à décrire brièvement les différents axes de la modélisation statistique de la turbulence tout en détaillant les modèles utilisés dans cette étude.

Habituellement, ces modèles sont distingués selon leur *ordre* (premier ou deuxième) suivant les inconnues considérées : valeurs moyennes (moments d'ordre un) ou les tensions de Reynolds (moments d'ordre deux) et le *nombre d'équations de fermetures* qu'ils impliquent. Les modèles du second ordre ne seront pas exposés ici car ils n'ont pas été utilisés dans ce travail de thèse. Dans le cadre des modèles du premier ordre, nous exposerons d'abord les modèles algébriques et ensuite les modèles à équations de transport.

#### 4.2.1 Modèles algébriques

Ces modèles requièrent uniquement une relation algébrique afin de déterminer la viscosité turbulente. L'un des plus simples de ces modèles est le *modèle de longueur de mélange* introduit par Prandtl en 1925. Ce dernier suppose qu'une particule fluide est translatée

par l'agitation turbulente d'une distance  $l_m$  dans la direction du cisaillement moyen de l'écoulement. Ainsi, la fluctuation de vitesse  $u'$  est exhibée par soustraction des développements de Taylor de la vitesse initiale de la particule fluide et sa vitesse après translation par la turbulence :

$$u' = l_m \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \quad (4.1)$$

On fait alors l'hypothèse que le cisaillement  $\langle u'v' \rangle$  est proportionnel à la tension de Reynolds normale  $\langle u'^2 \rangle$  et en s'appuyant sur l'hypothèse de Boussinesq :

$$\langle u'v' \rangle = \nu_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} = l_m^2 \left( \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 \quad (4.2)$$

D'où l'expression de la viscosité turbulente :

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right| \quad (4.3)$$

Cette expression est parfois utilisée sous une forme plus générale :

$$\nu_t = l_m^2 \|S_{ij}\| \quad \text{avec} \quad \|S_{ij}\| = (2 S_{ij} S_{ij})^{1/2} \quad (4.4)$$

L'expression de la longueur de mélange  $l_m$  est variable selon la configuration d'écoulement étudiée.

Pour une configuration de canal plan, on peut avoir :  $l_m = D_{vd}^{1/2} \chi y$  avec :

$$D_{vd} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{y^+}{A^+} \right)^3 \right] \quad (4.5)$$

$A^+$  est égale à 25. Cette fonction d'amortissement est appliquée afin d'imposer à  $\nu_t$  un comportement pariétal conforme à la physique de la couche limite turbulente.

Selon Chassaing [36], la longueur de mélange pour un jet plan est :

$$l_m = 0.09 \delta_{0.5} \quad \text{avec} \quad \delta_{0.5} \text{ étant l'épaisseur de la vitesse moitié.} \quad (4.6)$$

Pour une conduite circulaire de rayon  $R$ , on a :

$$\frac{l_m}{R} = 0.14 - 0.08 \left( 1 - \frac{y}{R} \right)^2 - 0.06 \left( 1 - \frac{y}{R} \right)^4 \quad (4.7)$$

L'application de ce modèle dans des configurations complexes demeure délicate étant donné le caractère empirique de la détermination de la longueur de mélange. Cependant, ce modèle statistique est un des plus simples et donne des résultats raisonnables dans les configurations très simples car l'expression de la longueur de mélange est parfaitement calibrée par l'expérience. On pourra noter que des évolutions de cette classe de modèles ont

été apportées par Cebeci et al. [34] ou encore Baldwin et Lomax [14]. Ces améliorations ont porté essentiellement sur la prise en compte des décollements, de la transition à la turbulence et des phénomènes d'intermittence. Néanmoins, malgré ces améliorations potentielles, les modèles de longueur de mélange gardent un lien très fort avec la connaissance empirique des configurations d'écoulements étudiés.

#### 4.2.2 Modèles à équations de transport

Afin d'appréhender des écoulements plus complexes et pour augmenter l'universalité du modèle de turbulence, la fermeture des équations du mouvement moyen se fait par l'intermédiaire d'équations de transport. Ces dernières peuvent soit s'appliquer directement à la viscosité turbulente comme pour le modèle Spalart-Allmaras [131, 132], soit à d'autres champs physiques comme l'énergie cinétique turbulente  $k$ , la dissipation  $\epsilon$ , la vorticité  $\omega$ , qui vont ensuite servir à modéliser la viscosité turbulente comme développé dans le sous-paragraphe §2.4.2.

Nous allons maintenant décrire, le modèle  $k$ - $\epsilon$  qui a été utilisé dans ce travail et qui reste largement répandu dans le monde industriel. Nous exposerons la version de ce modèle introduite par Jones et Launder [77] en 1972.

Tout comme le modèle longueur de mélange, la viscosité turbulente du modèle  $k$ - $\epsilon$  est considérée comme étant proportionnelle à une échelle de vitesse  $\mathcal{U}$  et une échelle de longueur  $\mathcal{L}$  qui sont déterminées grâce à l'énergie cinétique turbulente  $k$  et la dissipation  $\epsilon$  :

$$\mathcal{U} = C_\mu k^{1/2} \quad \text{et} \quad \mathcal{L} = C_d \frac{k^{3/2}}{\epsilon} \quad (4.8)$$

$C_\mu$  et  $C_d$  sont des constantes. D'où la forme de  $\nu_t$  pour le modèle  $k$ - $\epsilon$  :

$$\nu_t = \underbrace{C_\mu C_d}_{C'_\mu} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.9)$$

L'équation de transport sur l'énergie turbulente  $k$  ( $\langle \frac{1}{2} u'_i u'_i \rangle$ ) peut être obtenue en appliquant l'équation de transport des contraintes de Reynolds à chaque tension normale ( $\langle u'_1 u'_1 \rangle$ ,  $\langle u'_2 u'_2 \rangle$  et  $\langle u'_3 u'_3 \rangle$ ), puis en effectuant la demi-somme de ces équations :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = - \underbrace{\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_j}}_{\mathcal{P}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left\langle \left( \frac{p'}{\rho} + k \right) u'_j \right\rangle \right]}_{\mathcal{D}_t} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j}}_{\mathcal{D}_m} - \underbrace{\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle}_{\mathcal{D}_{iss}} \quad (4.10)$$

L'équation (4.10) est simplifiée par la modélisation des différents termes qui la composent. Le terme de *production de turbulence*  $\mathcal{P}$  est modélisé grâce à l'hypothèse de Boussinesq (2.26) :

$$-\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_j} = 2\nu_t \langle S_{ij} \rangle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4.11)$$



TAB. 4.1 – Valeurs des constantes du modèles k- $\epsilon$  de Jones et Launder [77].

$C'_\mu$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

Pour le terme de *Diffusion turbulente*  $\mathcal{D}_t$ , le flux diffusif du moment statistique d'ordre deux  $\langle k u'_i \rangle$  est associé à la corrélation  $\langle \frac{p'}{\rho} u'_i \rangle$  pour être considéré comme proportionnel au gradient de k :

$$\left\langle \left( \frac{p'}{\rho} + k \right) u'_j \right\rangle = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (4.12)$$

Les termes  $\mathcal{D}_m$  (Diffusion moléculaire) et  $\mathcal{D}_{iss}$  (dissipation) ne sont pas modélisés puisque dans le premier, l'énergie cinétique turbulente apparaît explicitement et le second correspond à l'expression de la dissipation  $\epsilon$  qui est déterminée par la résolution de sa propre équation de transport. Cette dernière est établie grâce à des considérations similaires à celles tenues pour la modélisation des termes de l'équation en  $k$ .

Le modèle k- $\epsilon$  peut être décrit de la façon suivante :

$$\nu_t = C'_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = \nu_t \langle S_{ij} \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \epsilon \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \nu_t \frac{\epsilon}{k} \langle S_{ij} \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4.15)$$

Les valeurs des constantes sont spécifiées dans le Tab. 4.1. Ces constantes sont calées sur des situations d'écoulements simples et parfaitement maîtrisés du point de vue expérimental. Ainsi,  $C_{\epsilon 2}$  est déterminée grâce à un écoulement turbulent homogène et isotrope.  $C'_\mu$  est déduite d'une configuration de couche limite turbulente bidimensionnelle qui est supposée en équilibre énergétique entre la production de la turbulence et les effets de dissipation.  $C_{\epsilon 1}$  est calculée à partir de la zone logarithmique d'une couche limite turbulente. Le nombre de Prandtl de l'énergie cinétique turbulente  $\sigma_k$  et celui de la dissipation  $\sigma_\epsilon$ , sont évalués pour faciliter la propagation de la turbulence à proximité d'une frontière libre. Pour plus de détails sur le calage des constantes du modèle k- $\epsilon$ , le lecteur intéressé pourra consulter la référence [10].

Comme nous venons de le voir, le modèle k- $\epsilon$  nécessite le calage de cinq constantes. Néanmoins, il possède un degré d'empirisme moindre par rapport aux modèles de type longueur de mélange, puisqu'il est capable d'appréhender une plus grande gamme d'écou-

lements. Un autre avantage de ce modèle est qu'il possède une certaine mémoire de la turbulence du fait de l'utilisation d'équations de transport pour les champs  $k$  et  $\epsilon$ .

Cependant, malgré sa popularité dans le monde industriel, ce modèle peine à capturer l'anisotropie d'un écoulement et sa capacité à prédire des décollements est limitée dans un grand nombre de configurations. Il reste, de surcroît, inadapté aux effets tridimensionnels ou de recirculation comme le montre Cheng et al. [37] ou encore Schmidt et Thiele [125].

Globalement, les modèles RANS possèdent plusieurs niveaux de complexité selon la qualité attendue de la simulation numérique de l'écoulement. Toutefois, ils engendrent nécessairement le calage de multiples constantes qui introduisent un certain niveau d'empirisme et une connaissance préalable des configurations étudiées, ce qui reflète un *manque d'universalité*.

### 4.3 Simulation des Grandes Echelles

Ce paragraphe est dédié aux modèles sous-maille propres à la simulation des grandes échelles. Pour un exposé complet sur les modèles sous-maille, le lecteur pourra consulter l'ouvrage de P. Sagaut [118].

Les modèles sous-maille exposés ci-après tendent à représenter les interactions entre les grandes échelles (zone de production de la turbulence) et les petites échelles (proches de la zone de dissipation), comme il est illustré Fig. 4.1. Ces modèles sont basés sur une hypothèse d'équilibre local entre les phénomènes de production de la turbulence et la dissipation. Dans une acception stricte, de telles modélisations imposent que la fréquence de coupure se situe dans la zone inertielle du spectre où l'hypothèse précédente est valable.

Nous nous limiterons dans un premier temps à la description de différents modèles sous-maille, basés sur l'hypothèse de Boussinesq et utilisés dans cette étude, puis nous évoquerons rapidement d'autres approches.

#### 4.3.1 Modèle de Smagorinsky

Le modèle sous-maille, le plus simple, est le modèle de Smagorinsky [129]. L'approche adoptée par ce modèle reste très voisine de celle du modèle longueur de mélange dans le cadre de la modélisation RANS. L'expression de la viscosité sous-maille pour le modèle de Smagorinsky est la suivante :

$$\nu_{sgs} = (C_s \Delta)^2 (2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij})^{1/2} \quad (4.16)$$

La détermination de la constante  $C_s$  repose sur l'***hypothèse d'équilibre local*** entre la production et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Cet équilibre spectral est propre à une situation de turbulence homogène isotrope entretenue. Dans ce cadre, on peut établir que la constante  $C_s$  vaut 0.18. Or, malgré cette valeur théorique, afin d'améliorer les résultats obtenus grâce à ce modèle sous-maille, Deardorff [52] propose de prendre une constante  $C_s$  égale à 0.1 pour les écoulements pariétaux.

Bien que le modèle de Smagorinsky soit très populaire, il possède trois principaux défauts (voir le cours de O. Métais [101]) :

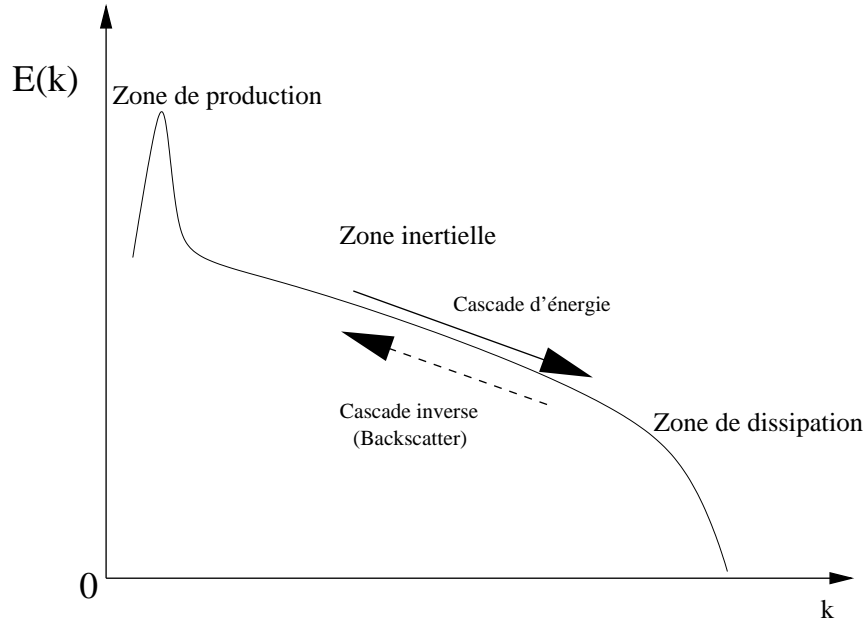


FIG. 4.1 – Phénomènes énergétiques du processus de cascade d'énergie

- ▷ Il est *trop diffusif*, puisqu'il inhibe la transition laminaire/turbulent dans un écoulement de couche limite.
- ▷ *Le comportement de la viscosité sous-maille dans la zone proche paroi est incorrecte.* Le rapport  $\frac{\nu_{sgs}}{\nu}$  devrait être proportionnel à  $(y^+)^3$  alors qu'il varie selon  $(y^+)^2$ . Ce défaut peut aisément être corrigé par l'introduction d'une fonction d'amortissement du même type que celle décrite au sous-paragraphe §4.2.1.
- ▷ Il ne prend pas en compte le transfert inverse d'énergie (*backscatter*), qui consiste en une transmission d'énergie des petites échelles aux grandes échelles.

### 4.3.2 Modèle WALE

Afin de corriger la plupart des défauts du modèle de Smagorinsky, Nicoud et Ducros [105] ont développé le **modèle WALE** (*Wall-Adaptating Local Eddy-viscosity*) qui combine les parties symétrique et anti-symétrique du gradient de vitesse. La viscosité turbulente de ce modèle a pour forme :

$$\nu_{sgs} = (C_w \Delta)^2 \frac{\overline{OP_1}}{\overline{OP_2} + \epsilon} \quad (4.17)$$

Avec :

$$\epsilon = 10^{-6} \quad (4.18)$$

$$\overline{OP_1} = (\overline{S_{ij}^d} \overline{S_{ij}^d})^{3/2} \quad (4.19)$$

$$\overline{OP_2} = (\overline{S_{ij}^d} \overline{S_{ij}^d})^{5/2} + (\overline{S_{ij}^d} \overline{S_{ij}^d})^{5/4} \quad (4.20)$$

$$\overline{S_{ij}^d} = \frac{1}{2}(\overline{g_{ij}^2} + \overline{g_{ji}^2}) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\overline{g_{kk}^2} \quad (4.21)$$

$$\overline{g_{ij}} = \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (4.22)$$

La constante  $C_w$  est déterminée à partir de résultats connus pour une décroissance de turbulence homogène isotrope ( $C_w = 0.5$ ).

Ce modèle sous-maille présente les avantages suivants :

- ▷ Par sa formulation (4.17), la viscosité turbulente possède un *comportement correct* (variation en  $(y^+)^3$ ) *dans la zone proche paroi*. De plus, cette expression de la viscosité turbulente s'annule naturellement à la paroi.
- ▷ Ce modèle semble capable de reproduire *la transition laminaire/turbulent*.
- ▷ Il s'avère particulièrement adapté aux situations de décollement d'après les travaux de Temmerman et al. [140].

### 4.3.3 Modèle fonction de structure

Lesieur et Métais [89] proposent le modèle fonction de structure qui repose sur la transposition du concept de viscosité turbulente spectrale dans l'espace physique [102] qui peut s'écrire :

$$\nu_{sgs}(\frac{k}{k_c}) = \frac{2}{3}C_k^{-3/2} \left( \frac{E(k_c)}{k_c} \right)^{1/2} \quad (4.23)$$

$E(k_c)$  est l'énergie spectrale locale avec  $k_c = \frac{\pi}{\Delta}$ .  $E(k_c)$  est estimée grâce à une fonction de structure d'ordre deux :

$$F_2(\vec{x}, \Delta, t) = \int_{\|\vec{x}'\|=\Delta} [\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{u}(\vec{x} + \vec{x}', t)]^2 d^3 \vec{x}' \quad (4.24)$$

Pour une situation de turbulence homogène isotrope, la viscosité sous-maille de ce modèle peut s'écrire :

$$\nu_{sgs}^{FS}(\vec{x}, \Delta, t) = C_{FS} \overline{\Delta} \sqrt{F_2(\vec{x}, \Delta, t)} \quad (4.25)$$

Avec  $C_{FS} = 0.105 C_K^{-3/2} = 0.063$ .

En pratique, l'expression (4.24) est évaluée en prenant en compte les valeurs de la fonction de structure aux noeuds voisins. Concernant des maillages structurés, la formulation en six points, par exemple, de la fonction de structure a pour forme (voir la référence [4] pour plus de détails sur cette formulation) :

$$F_2^{(i)}(\vec{r}, \overline{\Delta}, t) = [\|\vec{u}(\vec{r}, t) - \vec{u}(\vec{r} + \Delta x_i \vec{e}_i, t)\|^2 + \|\vec{u}(\vec{r}, t) - \vec{u}(\vec{r} - \Delta x_i \vec{e}_i, t)\|^2] \quad (4.26)$$

$$F_2(\vec{r}, \overline{\Delta}, t) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 F_2^{(i)} \left( \frac{\overline{\Delta}}{\Delta x_i} \right)^{2/3} \quad (4.27)$$

Le facteur  $\left( \frac{\overline{\Delta}}{\Delta x_i} \right)^{2/3}$  fait en sorte que le calcul de la fonction de structure s'adapte aux maillages non-uniformes. L'exposant  $\frac{2}{3}$  est issu de considérations énergétiques établies à partir de la loi de Kolmogorov qui permet de montrer que la fonction de structure d'ordre deux est proportionnelle à  $(\epsilon r)^{2/3}$  (voir [89]).

Afin d'améliorer la prédiction du caractère intermittent d'un écoulement, on peut utiliser des senseurs structurels de sorte que certaines propriétés structurelles typiques de la turbulence homogène isotrope soient conservées. David [45], se basant sur des simulations numériques directes, établit que la fonction de densité de probabilité de la valeur de l'angle  $\beta$  formé par la moyenne locale de la vorticité  $\check{\vec{\omega}}$  et son vecteur instantané  $\vec{\omega}$  possède un pic vers 20 degrés.  $\beta$  est évalué de la façon suivante :

$$\beta(\vec{x}, t) = \frac{\|\check{\vec{\omega}}(\vec{x}, t) \times \vec{\omega}(\vec{x}, t)\|}{\|\check{\vec{\omega}}(\vec{x}, t)\| \cdot \|\vec{\omega}(\vec{x}, t)\|} \quad (4.28)$$

Dans ce contexte, David propose de moduler, à chaque nœud et chaque pas de temps, la viscosité sous-maille de façon à l'annuler si la turbulence n'est pas considérée comme pleinement développée. Dans cette dernière situation, soit la fluctuation de vorticité est jugée trop faible pour l'écoulement en un point précis de l'espace et à un instant donné soit considérée comme complètement turbulent, donc la viscosité sous-maille est désactivée en ce point.   cette fin, il utilise une fonction selective  $f_s(\beta, \beta_0)$  telle que  $\nu_{sgs} = \nu_{sgs}(\vec{x}, t) f_s(\beta, \beta_0)$  avec :

$$f_s(\beta, \beta_0) = \begin{cases} 1 & \text{si } \beta \geq \beta_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.29)$$

Ainsi, la viscosité sous-maille est en quelque sorte "déconnectée" lorsque l'écoulement n'est pas jugé assez turbulent. Il est à noter que l'utilisation de la fonction sélective conduit à multiplier par 1.65 la constante du modèle fonction de structure.

#### 4.3.4 Autres modélisations sous-maille et approches non-fickiennes

##### Procédure dynamique

Face à la difficulté de caler la constante d'un modèle sous-maille, Germano et al. [63] proposent une procédure dynamique qui fait intervenir un double filtrage (voir Fig. 4.2) :

- ▷ un premier filtre  $\mathcal{F}$  (noté  $\overline{(\cdot)}$ ) est associé à la longueur d'onde  $k_c$  ( $\pi/\overline{\Delta}$ ) ;
- ▷ un deuxième filtre  $\mathcal{G}$  (appelé filtre test et noté  $\widehat{(\cdot)}$ ) est associé à une longueur d'onde  $k_{c2}$  reliée à la longueur d'onde  $k_c$  ( $k_{c2} = k_c/\alpha$ ). La plupart des auteurs considèrent la valeur  $\alpha = 2$ .

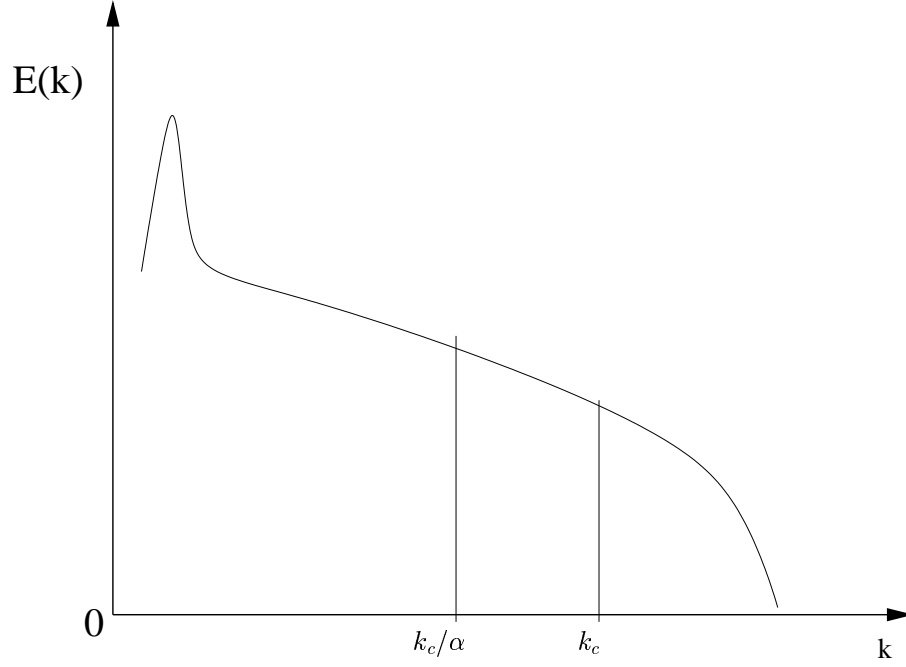


FIG. 4.2 – Illustration du double filtrage nécessaire à la procédure dynamique appliquée aux modèles sous-maille sur un spectre d'énergie cinétique turbulente.

On considère alors les deux tenseurs sous-maille obtenus à partir des filtres précédents :

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} \\ T_{ij} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{\overline{u_i} \overline{u_j}}} \end{cases} \quad (4.30)$$

En s'appuyant alors sur le modèle de Smagorinsky et sur l'hypothèse de Boussinesq, puis en supposant que la valeur des constantes des deux tenseurs sous-maille précédents sont identiques, on pourra écrire :

$$\begin{cases} \tau_{ij} = 2C^2 \overline{\Delta}^2 \|\overline{S}\| \overline{S}_{ij} \\ T_{ij} = 2C^2 \widehat{\overline{\Delta}}^2 \|\widehat{\overline{S}}\| \widehat{\overline{S}}_{ij} \end{cases} \quad (4.31)$$

Or, les tensions résolues sont définies par le tenseur  $\mathcal{L}_{ij}$  :

$$\mathcal{L}_{ij} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{\overline{u_i} \overline{u_j}}} \quad (4.32)$$

Ce nouveau tenseur peut être relié aux précédents par la relation (identité de Germano) :

$$\mathcal{L}_{ij} = \widehat{\tau_{ij}} - T_{ij} \quad (4.33)$$

En supposant alors que la constante C est invariante en fonction de la largeur des filtres, on définit alors l'opérateur de filtrage sous la forme :

$$\mathcal{L}_{ij} = 2C^2 M_{ij} \quad (4.34)$$

Avec :

$$M_{ij} = 2(\widehat{\Delta^2 \|\widehat{S}\| \widehat{S}_{ij}} - \widehat{\Delta^2} \|\widehat{S}\| \widehat{S}_{ij}) \quad (4.35)$$

Une méthode d'estimation par minimisation de résidu est alors effectuée à partir de la relation (4.34). La fonction d'erreur a alors pour forme :

$$E_{ij} = \mathcal{L}_{ij} - 2C^2 M_{ij} \quad (4.36)$$

La minimisation de cette fonction d'erreur par la méthode des moindres carrés ( $\frac{\partial E_{ij} E_{ij}}{\partial C^2}$ ) permet de calculer la valeur de la constante :

$$C = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_{ij} M_{ij}}{M_{kl} M_{kl}} \quad (4.37)$$

La constante ainsi calculée n'est ni bornée ni nécessairement positive, ce qui peut créer des instabilités numériques. Pour corriger ces défauts, il est nécessaire d'effectuer des moyennes de la constante selon les directions d'homogénéité de l'écoulement (s'il en possède) [63], des moyennes temporelles ou une limitation des bornes de la constante [110]. Une autre procédure de moyenne lagrangienne a été investiguée par Meneveau [95]. Cette procédure repose sur une minimisation de l'erreur le long des trajectoires des particules fluides.

### Similarité d'échelles

Les modèles de similarité d'échelles ont été inspirés par Bardina [15]. Ces modèles sous-maille supposent que le tenseur sous-maille peut être évalué directement à partir du champ à grande échelle  $\overline{u}_i$ . On considère alors que les interactions entre échelles résolues et échelles sous-maille s'effectuent principalement entre les plus grandes échelles sous-maille  $(\overline{u}_i)''$  et les plus petites échelles résolues  $\overline{(u_i'')}$  (voir Fig. 4.3). Le tenseur sous-maille est modélisé par :

$$\tau_{ij} = \overline{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \overline{\overline{u}_i} \overline{\overline{u}_j} \quad (4.38)$$

On pourra remarquer que ce modèle n'est pas basé sur l'hypothèse de Boussinesq et qu'il peut rendre compte du transfert inverse d'énergie des petites échelles aux grandes échelles. Cependant, ce modèle dissipe très peu l'énergie. Pour résoudre ce problème, on lui adjoint le plus souvent un autre modèle basé sur l'hypothèse de Boussinesq, on obtient alors un modèle mixte.

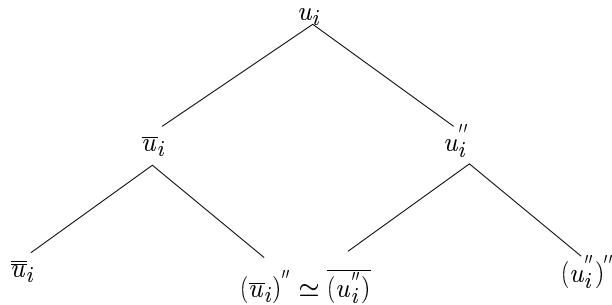


FIG. 4.3 – Illustration du principe de similarité d'échelles.

### Modèles à équations de transport

D'autres modèles sous-maille sont basés, comme les modèles RANS du premier ordre, sur la résolution d'équations de transport de différents champs de l'écoulement turbulent afin de déterminer la viscosité turbulente (voir les travaux de Deardorff [52]). Certains travaux relatifs à ces types de modélisation sous-maille fournissent en général des résultats plus précis que les modèles classiques mais nécessitent aussi un effort numérique plus important. Il est à noter que les trois approches de modélisation sous-maille exposées précédemment (procédure dynamique, modélisation mixte et modélisation à équations de transport) sont parfois utilisées conjointement pour construire des modèles sous-maille assez sophistiqués (voir les travaux de Krajnovic et Davidson [83]).

### Modélisation implicite

Les approches de modélisations sous-maille précédentes sont toutes basées sur une modélisation explicite de la turbulence. Certains auteurs ont conceptualisé une approche où les effets des échelles sous-maille sont assimilés à la dissipation numérique introduit par les schémas de discrétisation. Cette approche, appelée MILES (pour *Monotone Integrated LES*), a été introduite par Boris et al. [24]. On considère alors que la dissipation induite par les schémas numériques est de même nature que celle induite par les modèles sous-maille classiques. Certains auteurs [67] ont d'ailleurs construit des schémas numériques pour simuler l'effet de modèles sous-maille existants. Les auteurs utilisent en général des schémas numériques décentrés en espace (MUSCL, TVD, QUICK...) qui engendrent une certaine dissipation numérique. Cette approche est particulièrement appréciée dans le cadre d'applications industrielles car elles reposent sur des schémas numériques robustes : son utilisation reste assez rare pour les écoulements pariétaux. Il est à noter qu'il existe également des approches mixtes MILES+LES avec une modélisation implicite et explicite.

### Approches basées sur le calcul du flux de chaleur sous-maille

Si l'hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant (exposée en (2.29)) n'est pas utilisée, il devient nécessaire de calculer la diffusivité sous-maille. Certains auteurs comme Brillant [26] ont calculé cette dernière quantité grâce à une procédure dynamique comme exposée ci-avant pour le champ de vitesse. Brillant conclut sur une assez faible dépendance des résultats en comparaison à des modèles classiques dans une configuration de canal plan anisotherme à un nombre de Reynolds modéré.

On pourra citer aussi les approches *non-fickiennes* développées par Montreuil et al. [96, 97] ou encore Peng et Davidson [109]. Les premiers auteurs [97], par exemple, proposent trois types de modèles non-fickiens comportant une partie basée sur l'hypothèse de similarité d'échelles afin de mieux rendre compte du phénomène de transfert inverse d'énergie des échelles sous-maille vers les grandes échelles. Les résultats obtenus, comparés à des résultats DNS, sont meilleurs pour les modèles non-fickiens surtout si l'on considère les moments d'ordre deux.



## 4.4 Couplage RANS/LES - Etat de l'art

### Pourquoi coupler la Simulation des Grandes Echelles et les méthodes RANS plutôt que d'adopter une approche URANS ?

Puisque les problèmes physiques rencontrés dans des configurations industrielles sont souvent de nature instationnaire, il apparaît légitime de se demander pourquoi ne pas utiliser les méthodes statistiques instationnaires, plutôt que les méthodes de couplage RANS/LES qui seront éventuellement plus coûteuses numériquement et plus complexes à mettre en oeuvre.

De nombreux travaux [18, 22, 37, 72, 90, 116, 125, 145] ont contribué à démontrer les diverses défaillances des approches URANS dans différentes configurations complexes par rapport aux calculs LES. Batten et al. [18] puis Lübecke et al. [90] montrent que si les phénomènes d'instabilités de l'écoulement interagissent avec les échelles de la turbulence (typiquement, écoulement dans le sillage d'un obstacle), les modèles RANS instationnaires surestiment alors largement les termes de production de la turbulence. Rodi [116] met en évidence les difficultés pour un modèle URANS à prédire correctement le rattachement de la couche limite après un obstacle. Hartmann et al. [72] montrent la déficience de l'approche URANS pour prédire le taux d'énergie cinétique turbulente dans une zone de mélange. Cheng et al. [37] soulignent les défauts de l'approche URANS pour prédire les zones de recirculation derrière les obstacles. Benhamadouche et Laurence [22] montrent, dans une configuration de faisceaux de tubes, qu'une simulation de type URANS du second ordre ne donnent pas de meilleurs résultats que la LES en maillage grossier.

Ces arguments peuvent être nuancés en précisant que ces différents défauts des modèles URANS peuvent être amoindris par l'utilisation de modèles statistiques dits du *second ordre*<sup>1</sup> ou grâce à des traitements particuliers à la paroi.

Cependant, il faut préciser que dans l'approche RANS instationnaire, la modélisation statistique conditionne le rendu fréquentiel du résultat alors que la LES permet de moduler la taille du filtre  $\overline{\Delta}$  afin d'obtenir un résultat fréquemment plus riche. Tucker et Pan [143] ont appréhendé, avec des simulations URANS présentant des modèles statistiques variés, une configuration complexe particulièrement instationnaire et ils ont conclu que l'erreur moyenne des résultats comparés à une expérimentation est assez importante (28%).

En outre, certains auteurs [6, 7, 25, 125] ont comparé les approches URANS et différentes stratégies de couplage RANS/LES. Non seulement ces dernières n'ont pas engendré de dégradation des résultats par rapport aux approches URANS, mais elles ont également apporté des améliorations non négligeables aux simulations. Ces améliorations sont principalement dues à une meilleure prise en compte des effets instationnaires.

Ainsi le couplage RANS/LES paraît apporter un *gain d'universalité*<sup>2</sup> par rapport aux simulations URANS.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, grâce à une plus grande universalité et une plus grande aptitude à rendre compte des phénomènes instationnaires, les calculs de

---

<sup>1</sup>Voir le paragraphe §4.2 pour une définition de l'ordre d'un modèle statistique.

<sup>2</sup>On entend ici, par *universalité*, la capacité d'un modèle à prédire des phénomènes physiques variés propres aux écoulements turbulents (décollements, recirculation,...) et donc la capacité à appréhender une large gamme de configurations d'écoulements.

type LES semblent fournir de meilleures prédictions que les simulations RANS. Toutefois, ces dernières restent indiscutablement plus abordables que les premières du point de vue du coût numérique. D'où l'idée récente de coupler ces deux approches afin d'obtenir la meilleure prédiction possible pour un coût numérique raisonnable.

Le couplage RANS/LES, bien qu'investigé depuis seulement quelques années, a déjà suscité un grand nombre d'approches. Afin d'organiser la description de ces différentes stratégies de couplage, nous nous conformerons à une classification similaire à celle proposée par Sagaut et Labourasse [87, 118]. Nous distinguerons les méthodes de couplage RANS/LES selon trois catégories :

- ▷ *Décomposition zonale dans le domaine spatial* qui consiste à séparer les approches RANS et LES dans l'espace physique. La première se cantonne souvent à la zone proche paroi où la LES nécessiterait un raffinement de maillage excessif alors que la seconde est appliquée au reste du domaine de calcul.
- ▷ *Décomposition fréquentielle* : les deux approches se partagent fréquemment la prédiction du résultat. Les méthodes RANS déterminent la partie basse-fréquence du résultat et la LES (ou une approche similaire comme nous le verrons dans le sous-paragraphe §4.4.2) évalue le complément fréquentiel du résultat : les hautes fréquences.
- ▷ *Modélisation universelle* : cette approche propose des modèles de fermeture qui unifient les deux approches et tendent asymptotiquement vers chacune d'entre elles.

#### 4.4.1 Décomposition zonale dans le domaine spatial

Cette catégorie de méthodes de couplage peut se diviser en trois parties :

- ▷ *Transition interfaciale* : la transition entre les calculs RANS et LES se fait à travers une interface. Les conditions aux limites à l'interface sont alors décisives.
- ▷ *Transition progressive* : la transition entre les méthodes RANS et LES peut se faire à travers plusieurs mailles, on assiste alors à la création d'une zone de transition.
- ▷ *Modèles de paroi de type RANS/LES* : l'approche RANS a pour principal objet de calculer le cisaillement pariétal qui est ensuite fourni au calcul LES.

##### Transition interfaciale

La transition à travers une interface nécessite d'envisager soit le passage d'une zone LES à une zone RANS soit le passage inverse. C'est évidemment ce dernier cas qui est le plus délicat. Dans le premier cas, on admet (aux erreurs numériques près, voir [120]) que le champ statistique RANS est égal au champ LES résolu moyenné statistiquement :

$$\langle u(x_i, t) \rangle = \langle \bar{u}^{LES}(x_i, t) \rangle \quad (4.39)$$

Avant d'étudier le second cas, notons maintenant qu'un champ instationnaire peut se décomposer de la façon suivante (voir [85]) :

$$u(x_i, t) = \langle \bar{u}(x_i, t) \rangle + w_{1,2} + w_{1,0} \quad (4.40)$$

Avec :

$$w_{1,2} = \bar{u}(x_i, t) - \langle \bar{u}(x_i, t) \rangle \quad \text{et} \quad w_{1,0} = u(x_i, t) - \bar{u}(x_i, t) \quad (4.41)$$

$w_{1,2}$  représente le champ des fluctuations résolues autour de  $\langle \bar{u}(x_i, t) \rangle$  et  $w_{1,0}$  sont les fluctuations non résolues qui sont modélisées par le modèle sous-maille en LES. Georgiadis et al. [59, 60], en étudiant une configuration de couche de mélange, ont proposé de considérer que  $w_{1,2} = 0$ . Ainsi, la LES doit se charger de reconstruire toutes les fluctuations résolues. Malheureusement, le champ  $w_{1,2}$  avait peu d'influence pour la configuration étudiée.

Afin d'améliorer cette approche, Quéméré et al. [114, 115] proposent d'interpoler le champ  $w_{1,2}$  au voisinage de l'interface pour enrichir le champ LES résolu. Les auteurs estiment que la meilleure estimation est d'ordre zéro et ils utilisent un facteur d'amortissement pour assurer la stabilité du calcul :

$$w_{1,2}^+ = C_q w_{1,2}^- \quad (4.42)$$

Où les exposants - et + désignent le premier et le second noeud du calcul LES au voisinage de l'interface. La constante  $C_q$  vaut 0.98 pour des raisons de stabilité numérique. Cette technique de couplage a fournit des résultats probants tant pour un canal plan que pour une configuration de culot.

Les méthodes de couplage précisées jusqu'ici n'imposent pas une localisation spécifique de chaque zone. Hamba [69] a tenté d'utiliser, dans une configuration de canal plan, une zone LES en proche paroi et une méthode RANS pour le reste du domaine de calcul. L'auteur admet que cette technique n'est pas efficace du point de vue de la réduction du coût numérique de la simulation, puisqu'elle n'épargne pas le raffinement important du maillage LES en proche paroi.

En effet, dans le but de réduire au maximum le coût numérique de la simulation, la majorité des travaux effectués sur le couplage RANS/LES basés sur une décomposition zonale dans l'espace physique, repose sur l'application d'une méthode RANS en proche paroi et LES dans le reste du domaine de calcul afin d'éviter les contraintes de raffinement de la LES en proche paroi. Comme le précisent Labourasse et Sagaut [87], dans ce genre de méthode de couplage, le point délicat reste la reconstruction de la quantité  $w_{1,2}$  proche de l'interface. Si cette reconstruction est pauvre alors le champ de vitesse moyenne et les écarts-type de fluctuations exhibent des défauts mis en évidence par un grand nombre d'auteurs : Baggett [11], Hamba [70], Nicoud [104] (nous discuterons ce point dans le chapitre 5).

Davidson et al. [46, 49] mettent clairement en évidence ce phénomène en appliquant une approche URANS de type  $k-\omega$  en proche paroi et une approche LES avec un modèle sous-maille de type Yoshizawa [150]. En effet, ces auteurs déduisent également de leurs travaux que les prédictions défectueuses du champ de vitesse à l'interface RANS/LES, sont principalement dues à l'incapacité des calculs RANS (et même URANS) à fournir une condition d'interface fréquemment adéquate pour la LES. Forts de ce constat, Davidson et Dalström [44, 47, 48] forcent la condition d'interface pour la LES en utilisant le champ de fluctuations résolues d'un calcul DNS préalable. On retrouve dans cette méthode, l'idée de reconstruction du champ  $w_{1,2}$  proche de l'interface dans le domaine LES comme évoqué ci-avant. Cette technique a été utilisée avec succès dans des configurations variées comme le canal plan bi-périodique, le diffuseur asymétrique et l'écoulement autour d'un obstacle axisymétrique. Néanmoins, on perçoit bien l'inconvénient majeur de cette

approche qui impose de connaître *a priori* le champ de fluctuations DNS de la configuration étudiée. Or, dans le cas des hauts nombres de Reynolds, ces éléments ne sont pas forcément accessibles.

Pour générer des fluctuations lors du passage entre une zone RANS et une zone LES, Sergent [127] propose d'introduire des structures tourbillonnaires grâce à la méthode des vortex.

Hanjalic et al. [71], puis Temmerman et al. [138, 139] utilisant le même type d'approche zonale, ont étudié la sensibilité de la position de l'interface par rapport à la paroi. Les auteurs remarquent qu'au delà de la zone  $y^+ = 280$ , le couplage par l'intermédiaire de la continuité de viscosité turbulente est peu sensible à la position de l'interface. De plus, dans la zone  $y^+ \leq 120$ , la méthode de couplage des auteurs produit une viscosité turbulente sous-évaluée. Les fameux défauts observés par Davidson et al. [49] sont interprétés par les auteurs précédents comme une conséquence de la discontinuité de viscosités turbulentes entre RANS et LES à l'interface.

### Transition progressive

Le couplage RANS/LES zonal peut également se faire progressivement en fusionnant les deux différentes approches. Les points délicats de ce genre de couplage sont de concilier des schémas numériques différents pour les calculs RANS et LES, puis d'effectuer la transition entre les deux approches.

Dans cette optique, Baggett [11] propose un raccordement des deux modèles suivants :

- ▷ la première a été inspirée par le modèle de Schumann [126] et raccorde les tenseurs de fermeture RANS et LES :

$$\tau_{ij}^d = -\nu_{sgs}[\bar{S}_{ij} - (1 - f_1(y))] - f(y)\nu_{rans}\langle \bar{S}_{ij} \rangle \quad (4.43)$$

- ▷ le deuxième modèle repose sur un raccordement des viscosités turbulentes des approches RANS et LES :

$$\tau_{ij}^d = -[(1 - f(y))\nu_{sgs} + f(y)\nu_{rans}]\bar{S}_{ij} \quad (4.44)$$

La fonction  $f(y)$  est une fonction de raccordement qui peut être précisée en fonction de la distance à la paroi.

A ce jour, la méthode de couplage RANS/LES la plus utilisée est sans doute la DES (pour *Detached Eddy Simulation*). Ce succès peut s'expliquer par la simplicité de la modélisation impliquée par cette méthode et par le fait qu'elle est basée sur une modélisation souvent préexistante dans les codes de calcul. En effet, pour obtenir un modèle DES, il suffit de remplacer l'échelle de longueur de la turbulence  $\mathcal{L}$  dans un modèle RANS  $d_{rans}$  par :

$$d_{des} = \min(d_{rans}, C_{des}\bar{\Delta}) \quad (4.45)$$

Cette méthode de couplage consiste en une approche RANS dans la zone proche paroi et une approche LES ailleurs avec une zone de transition entre les deux premières. La

première version de la DES est proposée par Spalart et al. [133], le modèle RANS est le modèle de Spalart-Allmaras et la constante  $C_{des}$  est calée à 0.65 afin de retrouver un comportement analogue au modèle de Smagorinsky en situation de turbulence homogène isotrope. Cette approche a également été testée avec d'autres modèles RANS. Strelets [135] a utilisé le modèle k- $\omega$  et Tucker et Davidson [142] ont investigué une variante avec un modèle k- $l$  et Tucker [141] a utilisé une modélisation sous-maille de type MILES couplée à une approche RANS de type k- $l$ .

La DES a bénéficié de tests sur de multiples configurations d'écoulements (surtout héritées de la communauté aéronautique) : aile delta [99], aile d'avion à grande incidence [25, 128], train d'atterrissage [135], un avion de combat complet [57] ... Dans tous ces cas, la DES a fourni des résultats probants et même meilleurs que ceux obtenus avec l'approche URANS comme l'ont démontré Breuer et al. [25] et Strelets [135].

Toutefois, la DES a aussi fait état de défaut dans des configurations de couche limite attachée. Nikitin et al. [106] puis Piomelli et al. [112] ont montré que la DES fournissait un profil moyen de vitesse qui ne respectait pas la loi logarithmique si le maillage était trop grossier dans la zone LES. De plus, les premiers constatent une erreur sur le coefficient de frottement de l'ordre de 15%. Hamba [70], ayant fait le même constat, appelle ce phénomène "*the velocity mismatch*" (le non-raccordement des vitesses). Ces questions seront discutées au chapitre 5.

Deux paramètres semblent déterminants afin d'éviter ces écueils : la résolution du maillage et le choix de la constante  $C_{des}$ . Caruelle et Ducros [32] puis Tucker et Davidson [142] ont remarqué que la DES était assez sensible à la résolution du maillage utilisée. La constante  $C_{des}$ , quant à elle, varie de 0.25 [58] à 1.0 [142] suivant la configuration étudiée. Cependant, ces précautions ne sont pas toujours suffisantes, c'est pourquoi Piomelli et al. [112] introduisent une méthode de forçage stochastique reposant sur le transfert inverse d'énergie des échelles modélisées aux échelles résolues. Malheureusement, cette technique semble difficile à généraliser.

## Modèles de paroi de type RANS/LES

Comme nous l'avons vu précédemment, de nombreux auteurs choisissent d'utiliser une approche RANS dans la zone paroi et LES dans le reste du domaine. Ainsi, on peut parfois envisager le couplage RANS/LES par décomposition zonale, comme un modèle de paroi particulier. Ce type de couplage est décrit au paragraphe §4.5.

### 4.4.2 Décomposition dans le domaine fréquentiel

Dans les méthodes de couplage de cette catégorie, les *basses fréquences* (champ moyen) de l'écoulement sont déterminées à l'aide de méthodes RANS ou URANS et les *hautes fréquences* (fluctuations résolues  $w_{1,2}$ ) sont calculées par une approche instationnaire de type LES.

## Non Linear Disturbance Equation (NLDE)

Cette méthode de couplage est principalement utilisée pour des problèmes d'acoustique ou aéroacoustique. Elle a été introduite par Morris et al. [98] pour déterminer les sources

acoustiques d'un écoulement de jet supersonique. Chyczewski et al. [38] ont effectué, avec cette méthode, un calcul instationnaire d'un canal plan turbulent avec un maillage grossier et ont obtenu des résultats encourageants. Si l'on considère à nouveau la décomposition (4.40), la NLDE détermine, grâce à un calcul RANS, le champ moyen de vitesse  $\langle \bar{u} \rangle$ , grâce à un calcul instationnaire de type LES, le complément fluctuant  $w_{1,2}$  est déterminé. Le champ  $w_{0,1}$  sera, quant à lui, modélisé par un modèle sous-maille classique. Une description plus détaillée de cette méthode pourra être trouvée dans les références [85, 86, 87]. Ajoutons que cette approche a apporté des résultats convaincants non seulement pour des cas tests académiques [85] mais aussi pour des configurations industrielles comme sur un profil d'aube de turbine basse pression ou encore une aile hypersustentée [86, 87].

### RANS/LES par l'application d'un terme de forçage

Cette méthode de couplage a pour but de corriger le champ moyen LES  $\langle \bar{u} \rangle$  grâce à un calcul RANS préalable (ou simultané). Cette correction a lieu grâce à un terme source ajouté à l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$f_i^{rans/les} = \frac{u_i^{rans} - \widetilde{u}_i^{les}}{\tau_r} \quad (4.46)$$

$\widetilde{(\cdot)}$  est un filtre qui reste à définir et  $\tau_r$  est un temps de relaxation. Cette approche a d'abord été introduite, dans le même temps mais pour des raisons différentes, par Schlüter et al. [119, 121, 122] et par Sergent [127]. Le but de ce dernier était d'effectuer un couplage tangentiel local entre une zone LES et une zone RANS. Les premiers ont eu pour but de recréer des conditions aux limites fluctuantes à l'entrée d'un domaine LES.

Dans l'expression (4.46), les deux points délicats résident dans le choix du filtre  $\widetilde{(\cdot)}$  et de l'échelle de temps  $\tau_r$ . Schlüter et al. [119, 121, 123] appliquent cette technique à un écoulement dans un tuyau et ils préconisent d'utiliser le temps de passage dans le tuyau pour l'échelle de temps  $\tau_r$ . En outre, les auteurs ont testé plusieurs filtres  $\widetilde{(\cdot)}$  afin de forcer uniquement le champ LES moyen et préserver les fluctuations de l'influence du terme de forçage.

Nous adopterons le même type d'approche dans le chapitre 8, voir également les articles [20, 21] .

### 4.4.3 Modélisation universelle

Contrairement aux techniques de couplage précédentes, les modèles universels ne nécessitent ni une séparation du domaine de calcul en plusieurs zones suivant l'approche adoptée, ni une décomposition fréquentielle de la solution. Ils ont pour objectif de modéliser toute la turbulence de la configuration en tendant asymptotiquement vers les fermetures LES ou RANS.

## VLES

Speziale [134] a été le premier à proposer le modèle VLES (pour *Very Large Eddy Simulation*). Pour ce modèle le tenseur de fermeture prend la forme suivante :

$$\tau_{ij} = \underbrace{[1 - \exp(-\beta \bar{\Delta}/l_\eta)]^n}_\alpha \tau_{ij}^{rans} \quad (4.47)$$

$l_\eta$  est l'échelle de Kolmogorov,  $\beta$  est une constante et  $n$  est une puissance à déterminer.  $\bar{\Delta}$  est le pas d'espace du maillage. Speziale préconise d'utiliser ce modèle de couplage avec un modèle RANS du second ordre qui prend en compte les effets d'anisotropie avec  $\beta = 0.001$  et  $n = 1$ . L'expression (4.47) tend vers une approche DNS lorsque le pas de maillage est très petit et elle tend vers une approche RANS lorsque  $\bar{\Delta}$  est très grand.

Cependant Magnient [92] remarque que la fonction (4.47) ne retrouve pas le comportement de la simulation des grandes échelles pour des nombres de Reynolds très élevés. Magnient propose d'ailleurs une autre fonction basée sur une analyse de la zone inertielle :

$$\nu_{sgs} = \left( \frac{\bar{\Delta}}{l_{rans}} \right)^{4/3} \nu_{rans} \quad (4.48)$$

$l_{rans}$  étant une échelle de longueur issue du modèle RANS. Peltier et al. [107, 108, 152], à partir de considérations similaires, proposent la même fonction  $\alpha$  avec un exposant 2 au lieu de  $\frac{4}{3}$ .

## LNS (pour *Limited Numerical Scales*)

Batten et al. [18, 17, 16] proposent une méthode inspirée de celle de Speziale. Cette approche, basée sur l'hypothèse de Boussinesq, consiste à utiliser à la fois une viscosité turbulente de type RANS ( $\nu_{rans}$ ) et une viscosité sous-maille de type LES ( $\nu_{sgs}$ ) pour reformuler la fonction  $\alpha$  de l'expression (4.47) :

$$\alpha = \frac{\min(\nu_{sgs}, \nu_{rans})}{\nu_{rans}} \quad (4.49)$$

Ainsi, le défaut exhibé par Magnient dans la proposition de Speziale (4.47) disparaît avec cette formulation. Avec la fonction  $\alpha$  de (4.49), la méthode LNS devient très similaire à la DES exposée dans le sous-paragraphe §4.4.1. Elle présente donc naturellement le même genre de défauts comme les déficiences de la zone de transition de la DES comme l'évoque Batten et al. dans [16, 17]. Les auteurs proposent de corriger ces défauts en reconstruisant une *turbulence synthétique* à partir de la LES afin de corriger la pauvreté fréquentielle du modèle RANS. Cette technique, nommée LEST (pour *Large-Eddy STimulation*) par les auteurs, utilise des arguments de similarité d'échelles. Elle permet en fait de créer un champ de fluctuations turbulentes synthétiques. Malgré son manque de maturité, il faut souligner que cette technique d'amélioration de la LNS a fourni des résultats très encourageants en canal plan [16].

### Modèle de Arunajatesan

Arunajatesan et al. [6, 7, 8] proposent une modélisation similaire à celle du modèle RANS  $k-\epsilon$  (voir (4.2.2)) pour fermer leurs équations. Le point de vue des auteurs diffère cependant, du point de vue de Jones et Launder. En effet, les auteurs remplacent l'énergie cinétique turbulente  $k$  par une énergie cinétique sous-maille  $k_{sgs}$  alors que le taux de dissipation  $\epsilon$  est une variable globale. Cette distinction d'échelle entraîne la présence d'une viscosité sous-maille  $\nu_{sgs}$  dans l'équation de transport de la première quantité, alors que la seconde équation de transport présente une viscosité RANS :

$$\frac{\partial \langle k_{sgs} \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle k_{sgs} \rangle}{\partial x_j} = \nu_{sgs} S_{ij} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \nu + \frac{\nu_{sgs}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \langle k_{sgs} \rangle}{\partial x_j} \right) - \epsilon \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \nu_{rans} \frac{\epsilon}{k} S_{ij} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \nu + \frac{\nu_{rans}}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4.51)$$

La fermeture de ces équations nécessite alors de spécifier les viscosités  $\nu_{sgs}$  et  $\nu_{rans}$ . Les auteurs proposent d'évaluer ces quantités à partir de considérations basées sur l'énergie spectrale :

$$\nu_{rans} = 0.28 \sqrt{\frac{E(k_e)}{k_e}} \quad (4.52)$$

$$\nu_{sgs} = 0.28 \sqrt{\frac{E(k_\Delta)}{k_\Delta}} \quad (4.53)$$

$$(4.54)$$

$k_e$  est le nombre d'onde correspondant aux grandes échelles alors  $k_\Delta$  désigne celui de l'échelle de coupure.  $E(k)$  désignant l'énergie spectrale.

Cette méthode de couplage fournit des résultats intéressants dans un canal comportant une cavité, notamment pour les problèmes acoustiques [8]. Malheureusement, la fermeture des différentes viscosités turbulentes nécessite une connaissance a priori du spectre d'énergie de la turbulence.

### Propositions de Germano

La première proposition de Germano [61] consiste en un modèle raccordant les approches RANS et LES. Ce modèle repose sur deux hypothèses :

- ▷ *hypothèse 1* : la moyenne statistique d'une quantité filtrée est égale à la moyenne de cette quantité non filtrée (une discussion sur la légitimité de cette hypothèse est faite par Labourasse et Sagaut dans [85, 87])
- ▷ *hypothèse 2* : la moyenne de la production de l'énergie cinétique sous-maille est directement liée à la production de la modélisation RANS :

$$\langle \tau_{ij}^{les} \rangle \langle \overline{S}_{ij} \rangle = C_f \tau_{ij}^{rans} \langle S_{ij} \rangle \quad (4.55)$$



Où  $C_f$ , constante comprise entre 0 et 1, joue le rôle de filtre. Grâce à ces deux hypothèses, Germano établit une nouvelle expression de la viscosité sous-maille :

$$\nu_{sgs} = -\frac{C_f S_{ij}}{2(1 - C_f)} \frac{\tau_{ij}^{rans} \langle S_{ij} \rangle}{\langle |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \rangle \langle S_{ij} \rangle} \quad (4.56)$$

D'après la relation (4.55), le modèle de Germano s'annule lorsque  $C_f$  tend vers zéro (approche DNS), puis lorsque  $C_f$  tend vers l'unité le modèle est de type RANS. Or l'expression (4.56) présente une singularité dans ce dernier cas. En conséquence, bien que conceptuellement intéressant, ce modèle semble délicat à mettre en oeuvre.

Alors que les nombreuses techniques de couplage évoquées jusqu'ici se sont focalisées sur l'hybridation des modèles de fermeture RANS et LES, Germano [62] fait la proposition originale de raccorder la moyenne statistique et un opérateur de filtrage LES en créant un opérateur hybride. Cette démarche repose sur les deux hypothèses suivantes :

- ▷ *hypothèse 1* du modèle de Germano exposé ci-avant.
- ▷ *hypothèse 2* : la fonction de raccordement doit commuter avec l'opérateur de moyenne statistique.

L'auteur, à partir de ces hypothèses, construit un filtre hybride  $\mathcal{H}$  :

$$\mathcal{H} = f_r \mathcal{L} + (1 - f_r) \mathcal{R} \quad (4.57)$$

$\mathcal{L}$  est l'opérateur de filtrage LES,  $\mathcal{R}$  est l'opérateur de moyenne statistique et  $f_r$  est une fonction de raccordement. Le filtre hybride  $\mathcal{H}$  est appliqué à l'équation de Navier-Stokes puis un modèle de fermeture hybride est proposé. Ce modèle n'a pas encore été implémenté ou été éprouvé lors d'une simulation, mais il fournit une base théorique intéressante pour nourrir la discussion sur les méthodes de couplage RANS/LES actuelles.

## 4.5 Modélisation de paroi

Pour effectuer une simulation des grandes échelles en évitant de raffiner les maillages dans la zone proche paroi, il est d'usage d'appliquer un modèle de paroi. Les modèles de paroi peuvent être distingués selon deux catégories : soit, ils sont basés sur une loi analytique qui modélise directement le champ considéré, soit, des équations simplifiées (par rapport aux équations de Navier-Stokes) sont résolues dans la zone proche paroi tout en modélisant les effets de l'agitation turbulente.

### 4.5.1 Lois de paroi basées sur une loi analytique

Dans ce paragraphe, nous exposerons d'abord la stratégie de modélisation de parois pour le champ dynamique, puis pour le champ thermique.

#### Modèles de paroi pour le champ dynamique

Un modèle de paroi (ou loi de paroi) a pour but de fournir le cisaillement pariétal en modélisant la physique de l'écoulement turbulent dans la zone proche paroi, plutôt que de

procéder à l'évaluation du gradient pariétal  $\tau_w$  par une approximation linéaire :

$$\tau_{wxy} = \nu \frac{\partial u_x}{\partial y} \simeq \nu \frac{u_x^1 - u_x^w}{y_1 - y_w} \quad (4.58)$$

$u_x^1$  est la vitesse longitudinale au premier noeud de calcul.  $u_x^w$  est la vitesse à la paroi.  $y_1$  et  $y_w$  sont respectivement les ordonnées du premier noeud de calcul et de la paroi.

Cette évaluation sera alors d'autant plus sous-estimée si le profil de vitesse possède une pente abrupte et si la distance  $\|y_1 - y_w\|$  n'est pas infinitésimale.

Les modèles de paroi les plus simples reposent sur des lois analytiques comme la loi logarithmique décrite dans le sous-paragraphe §3.2.1 ou encore une loi en puissance comme celle définie par Werner & Wengle [149] et elles ont pour objectifs de modéliser le cisaillement pariétal au lieu de le calculer directement comme il est fait dans la formulation (4.58).

Dans cette étude, nous aurons recours à une loi de paroi inspirée de celle définie par Grötzbach [68]. Le cisaillement pariétal  $\tau_w$  est calculé de telle sorte que la vitesse de première maille respecte l'expression suivante :

$$U^+ = y^+ \quad ; \quad \text{si } y^+ < 5 \quad (\text{Zone visqueuse}) \quad (4.59)$$

$$U^+ = \int_0^{y^+} \frac{2 d\alpha}{1 + \sqrt{1 + 4 lm_+^2(\alpha)}} \quad ; \quad \text{si } 5 < y^+ < 30 \quad (\text{Zone tampon}) \quad (4.60)$$

$$\text{avec } lm_+(\alpha) = \kappa \alpha^+ \left(1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{26}\right)\right)$$

$$U^+ = \frac{1}{\chi} \ln(y^+) + A \quad ; \quad \text{si } y^+ > 30 \quad (\text{Sous-couche logarithmique}) \quad (4.61)$$

$\chi$  est la constante de Von Karman et vaut 0.415 et A est une constante valant 5.3. Le cisaillement pariétal est déterminé par l'intermédiaire d'une procédure de point fixe appliquée à une des lois analytiques ci-dessus suivant la localisation du premier noeud de calcul dans la couche limite turbulente.

### Modèles de paroi pour le champ thermique

En ce qui concerne le champ thermique, un modèle de paroi sera également utilisé afin de modéliser le flux de chaleur pariétal  $\phi_w$ . Le modèle de paroi thermique utilisé dans cette étude est basé sur la loi de Kader que nous rappelons :

$$T^+ = Pr y^+ \exp(-\Gamma) + [2.12 \ln((1 + y^+)\gamma) + \beta(Pr)] \exp(-1/\Gamma) \quad (4.62)$$

Comme ce modèle de paroi a pour but d'évaluer le flux de chaleur pariétal, il sera uniquement pertinent dans des situations où la température à la paroi sera imposée ou en cas de couplage thermique fluide-structure. En effet, en cas de condition de flux imposé à la paroi ou de paroi adiabatique, le calcul de flux de chaleur pariétal devient trivial.

Afin de clarifier l'approche adoptée dans le code TRIO\_U, nous détaillerons ci-après la démarche inhérente aux modèles de paroi thermique de ce dernier. Comme il est illustré sur la Fig. 4.4, le flux de chaleur pariétal est évalué de façon discrète comme suit :

$$\phi_w = \lambda \frac{T_1 - T_w}{d} \quad (4.63)$$

$d$  étant la distance géométrique entre le centre de la première maille et la paroi. On comprend aisément que cette écriture devient fautive, si le comportement de la température n'est plus linéaire entre la paroi et le premier noeud de calcul, ce qui est une situation typique des maillages grossiers.

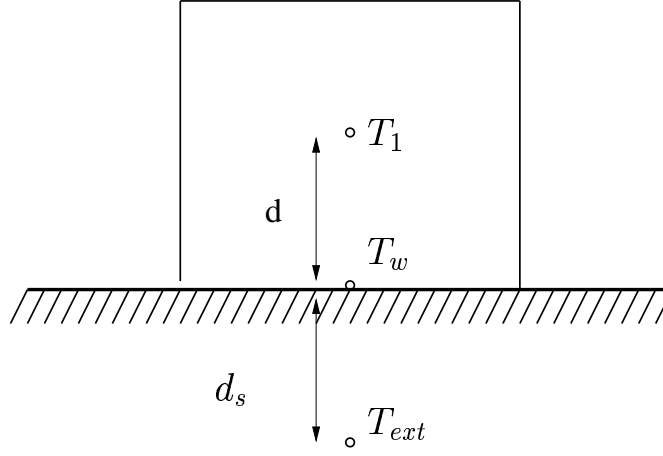


FIG. 4.4 – Conditions aux limites pariétales pour la température.

Afin de conserver la même équation pour le transport de la température tout en évaluant de manière correcte le flux de chaleur pariétal, on utilise le concept de distance équivalente  $d_{eq}$ .

Le modèle de loi de paroi utilisé dans cette étude, appelé loi de paroi thermique standard, impose que la température du fluide dans la première maille  $T_1$  respecte la loi analytique de Kader. Or, la température adimensionnée par la température de frottement s'écrit :

$$T^+ = \frac{T_1 - T_w}{T_\tau} = \frac{T_1 - T_w}{\phi_w} \rho C_p u_\tau \quad (4.64)$$

On peut alors exhiber l'expression de la distance équivalente  $d_{eq}$  calculée par la loi de paroi thermique standard :

$$d_{eq} = T_1^+ \frac{\alpha}{u_\tau} \quad (4.65)$$

Parallèlement à la modélisation du flux de chaleur, il s'avère plus commode d'adopter une approche similaire pour une condition à la limite de température imposée et pour une condition de couplage thermique fluide/solide. A cette fin, nous introduirons le concept de **résistance thermique**. En effet, l'analogie électrique peut nous amener à concevoir le flux de chaleur comme intensité et la différence de température comme une différence de

potentiel. Sur la Fig. 4.4,  $T_{ext}$  est la température de la maille du solide la plus proche de la paroi. Ainsi pour les conditions aux limites de type température imposée, nous pouvons écrire l'équilibre des flux à la paroi :

$$\phi_w = \lambda \frac{T - T_w}{d_{eq}} = h_{ext}(T_w - T_{ext}) \quad (4.66)$$

$h_{ext}$  étant l'inverse de la résistance thermique dans le solide. Le flux de chaleur pariétal peut donc s'écrire de la façon suivante :

$$\phi_w = \frac{T - T_{ext}}{\mathcal{R}_{eq}} \quad \text{avec} \quad \mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R} + \mathcal{R}_s = \frac{d_{eq}}{\lambda} + \frac{1}{h_{ext}} \quad (4.67)$$

Pour traiter une condition à la paroi de **température imposée** avec cette formulation, la résistance de la paroi solide doit être nulle et donc le coefficient  $h_{ext}$  doit être infini (en pratique, il est égale à  $10^{11}$  dans les calculs de cette étude). Autrement dit, la conductivité thermique du solide est suffisamment grande pour que les températures  $T_{ext}$  et  $T_w$  puissent être considérées comme confondues du point de vue du transfert thermique.

#### 4.5.2 Modèle de paroi TBLE

Dans ce paragraphe, nous nous intéresserons surtout aux modèles de paroi qui induisent une approche RANS en proche paroi et LES ailleurs (pour une revue complète des modèles de paroi, voir l'article de Piomelli et Balaras [111]). Cette démarche a été introduite par Balaras [13] sous le nom de *two-layer model* ou **TBLE** pour *Thin Boundary Layer Equations wall model*. L'application de ce modèle de paroi implique l'introduction d'un maillage fin à une dimension entre la paroi et la première maille de calcul LES (voir Fig. 4.5).

Dans le maillage fin des équations de couche limite simplifiées sont résolues et une viscosité turbulente de type RANS est introduite :

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( a \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \right) + F = \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (4.68)$$

$$F = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \quad (4.69)$$

$a$  est la viscosité totale :

$$a = \nu + \nu_t = \nu + D(\kappa y_w)^2 (2S_{lm} S_{lm})^{1/2} \quad (4.70)$$

$D$  étant une fonction d'amortissement :

$$D = 1 - \exp \left( - \left( \frac{y_w^+}{25} \right)^3 \right) \quad (4.71)$$

Dans ces équations l'indice  $i$  concerne les directions tangentielles au plan pariétal (ici  $i = 1$  ou  $3$ ) et la direction  $x_2$  désigne donc la direction normale à la paroi.

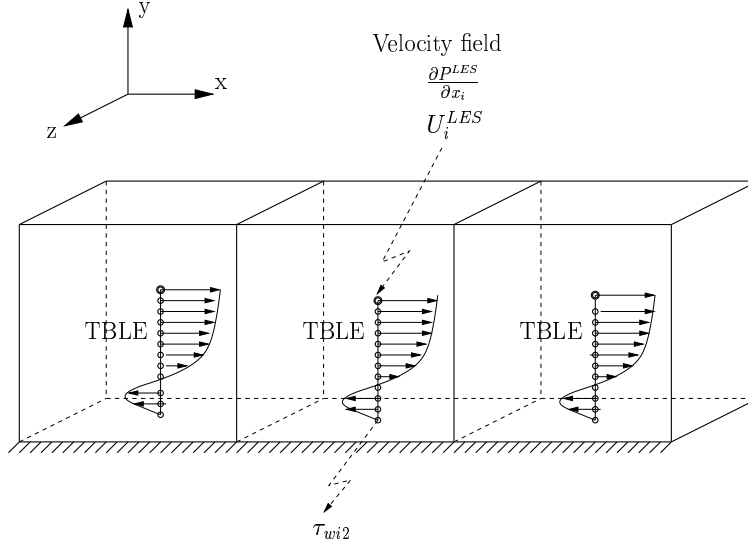


FIG. 4.5 – Configuration du maillage TBLE pour un maillage structuré. Pour illustrer les potentialités du modèle de paroi TBLE, les profils de vitesse présentés sur cette figure sont tels que le gradient de pression serait adverse. Il est clair que cette situation n'est pas rencontrée dans le cas d'une couche limite attachée.

En ce qui concerne les conditions aux limites, la zone RANS fournit un cisaillement pariétal à la zone LES alors que celle-ci impose sa vitesse de première maille comme condition à la limite supérieure du maillage RANS et son gradient de pression comme terme source. Ajoutons que le gradient de pression est supposé constant dans le maillage fin. Ce dernier point évite de résoudre l'équation de Poisson sur la pression, ce qui rend ce modèle de paroi numériquement très peu coûteux.

Plusieurs auteurs ont tenté d'utiliser différents modèles de viscosité turbulente pour la zone fine. Balaras et al. [13] ont utilisé un modèle de type longueur de mélange classique comme exposé en (4.70). Diurno et al. [54] proposent d'utiliser le modèle de Spalart-Allmaras [131] et ils obtiennent des résultats comparables à ceux obtenus avec un modèle algébrique. Diurno et al. ont tenté d'ajouter des conditions aux limites à l'interface entre le maillage fin RANS et le maillage LES. Ils assurent notamment la continuité du cisaillement à l'interface ou encore la continuité de la viscosité turbulente. Les auteurs, en testant le modèle dit "TBLE" sur une configuration de marche descendante, témoignent d'une part, d'un effet stabilisant et d'autre part, d'une amélioration des résultats en imposant la continuité de la viscosité turbulente.

Cabot et al. [27, 28, 30], puis Wang et Moin [147] proposent également d'assurer la condition  $\nu_t = \langle \nu_{sgs} \rangle$  à l'interface, ce qui impose d'utiliser un paramètre  $\kappa$  dynamique :

$$\kappa = \frac{\langle \nu_{sgs} \rangle}{y_w u_\tau (1 - e^{-y_w^+/25})^2} \quad (4.72)$$

Grâce à cette modification du modèle longueur de mélange, les différents auteurs témoignent d'une amélioration des résultats dans des configurations comme une marche

descendante ou un bord de fuite. Nous tenterons de montrer par la suite, que l'un des avantages de ce modèle de paroi comparé à d'autres, est de mieux prendre en compte les effets de décollements et d'instationnarité de l'écoulement.

Durant ce travail de thèse, une version du modèle de paroi TBLE a été développée pour le champ thermique. Les équations dans la zone TBLE s'écrivent alors sous la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) = Q - \frac{\partial(Tu_j)}{\partial x_j} \quad (4.73)$$

La diffusivité thermique turbulente  $\alpha_t$  est calculée en appliquant l'hypothèse du nombre de Prandtl turbulent constant comme il est expliqué au sous-paragraphe §2.4.2. Ainsi, il existe, par l'intermédiaire de la diffusivité thermique turbulente (et donc à travers la viscosité turbulente), une interaction entre le champ de vitesse et le champ de température dans la zone TBLE. Mais cette interaction peut aussi avoir lieu à travers les termes convectifs de l'équation (4.73). Pour des raisons de commodités pour le couplage entre le champ de vitesse et le champ thermique, les maillages TBLE sont confondus pour les deux champs. A cette fin, la condition à la limite supérieure pour le champ de vitesse est établi en interpolant au centre de gravité de l'élément la vitesse LES des faces normales à la paroi.

En ce qui concerne les conditions aux limites de TBLE thermique (voir Fig. 4.5), la LES fournit au maillage fin la température de première maille et éventuellement un terme source  $Q$  qui sera constant dans le maillage fin TBLE thermique. Après résolution du champ de température dans le maillage fin, le modèle de paroi TBLE thermique calcule le flux de chaleur pariétal  $\phi_w$  (ou plus exactement la distance équivalente  $d_{eq}$  comme nous l'avons décrit au paragraphe précédent) nécessaire au calcul LES.

## 4.6 Conclusion

Nous avons d'abord présenté différentes méthodes statistiques et des techniques de modélisation sous-maille. Puis, nous avons exposé des méthodes hybrides variées : stratégies de couplage RANS/LES et modélisation de paroi. Afin de justifier l'utilisation de méthodes hybrides, nous allons investiguer les principaux défauts de la LES dans un contexte de maillage grossier.



## Chapitre 5

# Mise en évidence des défauts de la Simulation des Grandes Echelles dans un contexte de maillage grossier

### 5.1 Introduction

Etant donné l'importance que revêt l'instationnarité dans la plupart des écoulements turbulents, certaines simulations des grandes échelles sont réalisées dans le cadre industriel. La complexité des configurations (haut nombre de Reynolds, présence de parois, ...) et les contraintes de temps imposées aux études industrielles incitent à réaliser des simulations des grandes échelles avec lois de paroi standards dans un contexte de maillage grossier. Après une brève présentation de la simulation numérique dans une configuration de canal plan bi-périodique, nous présenterons les principales caractéristiques de telles simulations dans le cas d'un maillage grossier. Ensuite, nous tenterons d'améliorer les résultats de ces simulations à iso-approches : (i) en modifiant la viscosité turbulente de première maille, (ii) en étudiant l'influence du modèle sous-maille sur les résultats.

### 5.2 Présentation d'une simulation numérique propre à la configuration du canal plan bi-périodique et paramètres de calcul

Plusieurs simulations temporelles ont été réalisées dans cette étude. La géométrie de la configuration de canal plan bi-périodique est illustrée par la Fig. 5.1. Les directions de périodicité sont la direction longitudinale  $x$  (direction de l'écoulement) et la direction transverse  $z$ . La moyenne statistique présente donc une homogénéité dans ces deux directions. Les dimensions spatiales du canal plan sont  $(L_x, L_y, L_z) = (2\pi h, 2h, \pi h)$ .  $h$  est la demi-hauteur du canal. Les parois sont modélisées par des conditions aux limites d'adhérence ou une loi de paroi.



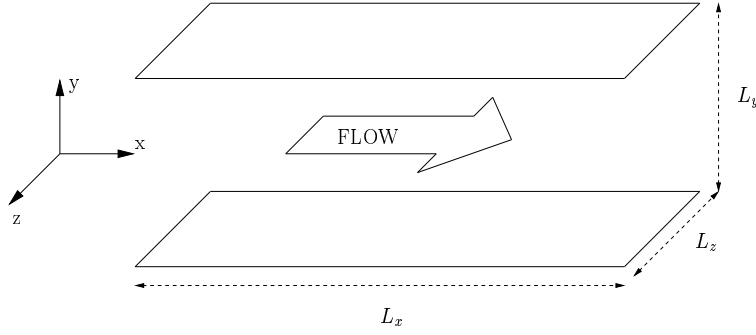


FIG. 5.1 – Géométrie de la configuration de canal plan.

La périodicité de la pression implique naturellement que le gradient de pression est nul dans le canal. Pour compenser les pertes de charge dues au frottement visqueux, il est nécessaire d'ajouter à l'équation (2.2) un terme de forçage. Ce dernier peut soit conserver le gradient de pression moyen, soit assurer la conservation de la vitesse débitante. Dans cette étude nous adopterons cette dernière solution en ajoutant le terme de forçage  $f^{n+1}$  à l'instant  $(n + 1)$  en s'inspirant des travaux de Rollet-Millet [117] :

$$f^{n+1} = f^n + \frac{2(Q^0 - Q^n) - (Q^0 - Q^{n-1})}{\Delta t S} \quad (5.1)$$

Dans cette expression  $Q^n$  est le débit volumique à l'instant  $n$ ,  $\Delta t$  est le pas de temps et  $S$  est la section de passage du canal.

Le débit initial  $Q^0$  est imposé par l'intermédiaire de la relation de Dean [50] selon laquelle :

$$Re_\tau = 0.123 Re_c^{7/8} \quad (5.2)$$

$Re_c$  étant le nombre de Reynolds basé sur la vitesse au centre  $U_c$  du profil laminaire, la demi-hauteur du canal et la viscosité cinématique du fluide. La condition initiale en vitesse étant un bruit blanc superposé à un profil parabolique (profil de Poiseuille), le lien est immédiat entre la vitesse débitante  $U_b$  et la vitesse au centre :  $U_c = \frac{3}{2}U_b$ .

Nous classerons les divers calculs en canal plan réalisés dans cette étude, selon la taille de leurs mailles en unités de parois et selon le nombre de Reynolds de frottement de la simulation dans le Tab. 5.1.  $\Delta x^+$  et  $\Delta z^+$  sont respectivement les pas d'espace adimensionnés dans les directions longitudinale et transversale.  $\Delta y_w^+$  est la taille des mailles pariétales dans la direction normale à la paroi.  $q_y$  est le coefficient de raffinement géométrique appliqué de la maille pariétale jusqu'au centre du canal. Ces calculs ont tous été réalisés sur un maillage de  $32^3$  mailles (sauf M0 pour lequel le maillage est (20, 65, 50) avec raffinement en tangente hyperbolique pour la direction normale à la paroi). Etant donné que les écoulements turbulents pariétaux sont intimement liés à une échelle de longueur visqueuse  $\frac{\nu}{u_\tau}$  (voir le chapitre 3), nous jugerons si un maillage est grossier lorsque les dimensions de ses mailles en unités de paroi sont importantes. En conséquence, plus le nombre de Reynolds est élevé dans le Tab. 5.1, plus le maillage est estimé grossier.

TAB. 5.1 – Résolution de maillage en unités de paroi des calculs réalisés dans la configuration de canal plan bi-périodique.

Maillages	$Re_\tau$	$Re_c$	$\Delta x^+$	$\Delta z^+$	$\Delta y_w^+$	$q_y$
M0	212	4 998	42	13	2	$\tanh = 0.902$
M1	395	10 177	78	39	27	1.
M2	590	16 098	116	58	37	1.
M3	1 000	29 422	196	98	62	1.
M4	1 020	30 095	200	100	64	1.
M5	4 000	143 465	785	393	200	1.029
M6	4 800	176 701	942	471	300	1.
M7	10 000	408 824	1 963	982	200	1.138
M8	20 000	902 757	3 927	1 963	200	1.216
M9	20 000	902 757	3 927	1 963	1250	1.

En ce qui concerne le champ thermique, les parois sont isothermes. La condition à la limite pariétale est donc de type température imposée. Un terme source de production de chaleur est ajouté à l'équation (2.3).

Les statistiques sur les champs de vitesse et de température sont réalisées une fois que la turbulence est pleinement développée. Pour assurer ce dernier point, les statistiques sont déclenchées à partir du moment où le fluide a effectué au moins 50 passages dans le canal. Aladyev [5] a établi, indépendamment des nombres de Reynolds et Nusselt, que pour obtenir l'établissement de l'écoulement dans un tuyau, le fluide devait parcourir au minimum une longueur de 40 diamètres. La longueur de notre canal étant plus longue que sa hauteur, le nombre de 50 passages apparaît comme largement suffisant pour atteindre l'établissement.

De plus, afin d'aboutir à une convergence plus rapide des statistiques, des moyennes spatiales dans les directions d'homogénéités  $x$  et  $z$ , puis des moyennes temporelles ont été réalisées sur les champs instantanés. Ce processus de prise de moyenne est effectué durant un minimum de 150 passages dans le canal.

### 5.3 Caractéristiques de la simulation des grandes échelles en maillage grossier

Afin d'identifier les diverses caractéristiques des simulations des grandes échelles en maillages grossiers, nous comparerons les résultats obtenus à ceux des simulations RANS et à la physique bien connue des écoulements pariétaux que nous avons décrites au chapitre 3. Lors de l'utilisation de modèles de paroi en LES, P. Sagaut [118] préconise d'utiliser un

maillage tel que :

$$\begin{cases} 40 \leq \Delta y_w^+ \leq 400 \\ \Delta x^+ \leq 500 \\ \Delta z^+ \leq 100 \end{cases} \quad (5.3)$$

Or, ces critères ne sont pas respectés pour les maillages M5 à M8 du Tab. 5.1. Nous proposons donc d’étudier, pour ces dernières résolutions de maillage, les résultats obtenus par simulation des grandes échelles avec des modèles de paroi standards (notés SWM pour *Standard Wall Model*) décrits au paragraphe §4.5. Le modèle sous-maille utilisé est le modèle fonction de structure sélective décrit au sous-paragraphe §4.3.3. Ces résultats LES sont comparés à ceux obtenus grâce à des calculs RANS (modèle k- $\epsilon$  haut Reynolds) avec la même loi de paroi SWM. Deux simulations distinctes ont été réalisées pour obtenir les champ de vitesse et de température. Pour le premier, la viscosité turbulente de première maille est de type LES et elle est calculée explicitement avec les gradients de vitesse locaux. Pour le second, la viscosité turbulente est issue du modèle RANS longueur de mélange. Nous discuterons l’influence de la forme de la viscosité turbulente en première maille dans le sous-paragraphe suivant.

En observant les profils moyens de vitesse (Fig. 5.3), il apparait clairement qu’à partir du second noeud de calcul, le profil moyen de vitesse se détache de la loi logarithmique tout en restant parallèle à celle-ci alors que le modèle RANS (k- $\epsilon$ ) corrobore parfaitement la loi logarithmique quelque soit la taille de maille utilisée.

Les profils moyens de température (Fig. 5.4) présentent le même type de comportement à la différence près que le profil se détache de la loi de Kader à partir du troisième noeud de calcul. Cette distinction peut s’expliquer par l’utilisation d’une viscosité turbulente de type longueur de mélange en première maille dans le calcul de la Fig. 5.4 alors que le calcul du champ de vitesse s’est effectué avec une viscosité sous-maille en première maille (Fig. 5.3). Nous détaillerons la discussion sur le type de viscosité turbulente à utiliser en première maille au paragraphe §5.4.

Nous remarquerons, en outre, que les profils moyens des champs de vitesse et de température s’éloignent progressivement des lois analytiques à mesure que le nombre de Reynolds augmente et donc quand la taille des mailles en unités de paroi augmente.

De nombreux auteurs [11, 70, 104, 106, 138] ont remarqué cette caractéristique de la LES (sans modèle de paroi) dans le cadre des maillages grossiers, en se concentrant uniquement sur le champ de vitesse. La plupart de ces auteurs comme Nikitin et al. [106] ou Temmerman et al. [138], réalisent un calcul de type RANS dans la zone proche paroi et une simulation des grandes échelles dans le reste du domaine dans le cadre d’une approche DES. Les résultats obtenus sont similaires aux nôtres puisque le modèle RANS respecte les lois analytiques (loi linéaire et loi logarithmique), alors que le profil moyen de la vitesse dans la zone LES présente une “cassure” avec le profil RANS. Hamba [70] appelle ce phénomène “*the velocity mismatch*” faisant référence aux approches DES. Selon Hamba, cette caractéristique est principalement due à la discontinuité de la viscosité turbulente entre la zone RANS et la zone LES. Nikitin et al. [106] ont également remarqué une sous-estimation du coefficient de frottement lorsque le maillage est grossier. Afin de quantifier

ce phénomène, nous avons évalué l'erreur  $E_\tau$  commise lors de l'évaluation de la vitesse de frottement par les différentes simulations par rapport à la corrélation de Dean :

$$E_\tau = \frac{|u_\tau^{Dean} - u_\tau^{simulation}|}{u_\tau^{Dean}} \quad (5.4)$$

L'évolution de  $E_\tau$  est illustrée par la Fig. 5.2. Les calculs RANS sont très peu sensibles à la taille de mailles alors que, comme nous l'avons remarqué dans les articles [20, 21] joints au chapitre 8, cette sous-estimation du frottement par la LES est croissante avec la taille des mailles.

Curieusement, les auteurs cités précédemment se sont peu (ou pas) intéressés aux écarts-type de fluctuations dans un contexte de maillage grossier. Sans doute à cause de la pauvreté des données de références disponibles pour les hauts nombres de Reynolds. Comme nous l'avons vu au chapitre 3, les simulations numériques directes ne parviennent pas à atteindre des nombres de Reynolds de frottement très élevés, et les expérimentations réalisées à des régimes d'écoulement aussi importants n'accèdent pas à des mesures dans les zones très proches de la paroi. Nous proposons ici de nous focaliser sur ce sujet en nous reposant sur la physique des écoulements pariétaux décrites au chapitre 3. Les résultats obtenus avec les maillages M5 et M7 seront respectivement comparés aux résultats de la LES résolue à la paroi de Kravchenko [84] ( $Re_\tau = 4000$ ) et de l'expérience de Comte-Bellot [42] ( $Re_\tau = 8160$ ).

A l'examen des figures Fig. 5.5 et Fig. 5.6 qui représentent les écarts-type de la vitesse et de la température, se distinguent clairement des pics de fluctuations qui présentent deux caractéristiques principales :

- ▷ Indépendamment de la taille des mailles et de la physique de l'écoulement, le pic de fluctuations apparaît systématiquement au second noeud de calcul alors que nous avons vu au chapitre 3 que la localisation physique du pic de fluctuations se situe autour de  $y^+ = 15$  quelque soit le nombre de Reynolds. Le pic obtenu ici avec la LES en maillage grossier surestime clairement le niveau des fluctuations en proche paroi par rapport aux résultats obtenus par la LES résolue à la paroi de Kravchenko [84].
- ▷ Le niveau du pic de fluctuations augmente significativement avec la taille des mailles alors qu'il est admis que le niveau du pic de fluctuation augmente très peu quand le nombre de Reynolds augmente.

Le premier point peut s'expliquer par l'apparition de structures allongées parasites, identifiées par Baggett [11], lorsque le maillage de la LES est trop grossier. Waleffe [146] a montré que ce genre de structures cohérentes étaient naturellement engendrées par les équations de Navier-Stokes lors de l'imposition d'une condition d'adhérence. Ces structures parasites ressemblent à des *streaks* mais leur taille n'est pas déterminée par la physique de l'écoulement mais plutôt par la résolution du maillage. La différence entre ces structures parasites et les *streaks* (dont la taille exprimée en unités de paroi est invariante avec le

nombre de Reynolds) est illustrée par les figures Fig. 5.7 et Fig. 5.8. Sur ces dernières, nous observons le champ de vorticité normale à la paroi pour une LES r solv e à la paroi à  $Re_\tau = 212$  avec le maillage fin M0 (Fig. 5.7) et pour une LES avec loi de paroi standard à  $Re_\tau = 4000$  avec M5 (Fig. 5.8). Les structures apparaissant dans cette dernière figure sont, en effet, bien plus larges que les structures cohérentes (*streaks*) qui correspondent à la physique des écoulements turbulents pariétaux que l'on identifie d'après leur taille sur la Fig. 5.7.

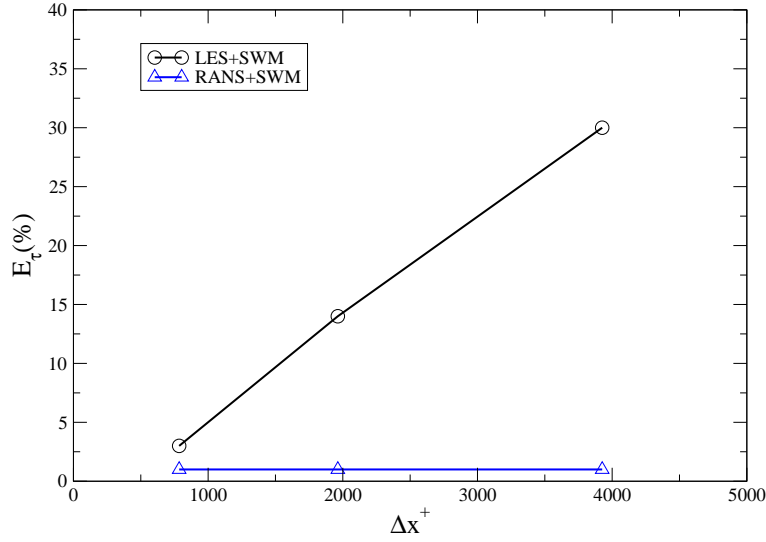


FIG. 5.2 – Evolution de l'erreur commise sur l'évaluation de la vitesse de frottement par rapport à la cor relation de Dean pour les maillages M5, M7 et M8.

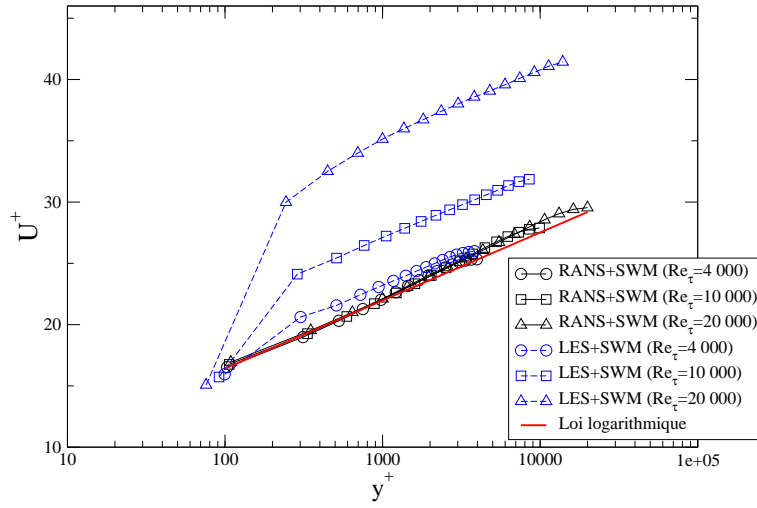


FIG. 5.3 – Profils de vitesse moyenne dans un canal plan turbulent pour les maillages M5, M7 et M8.

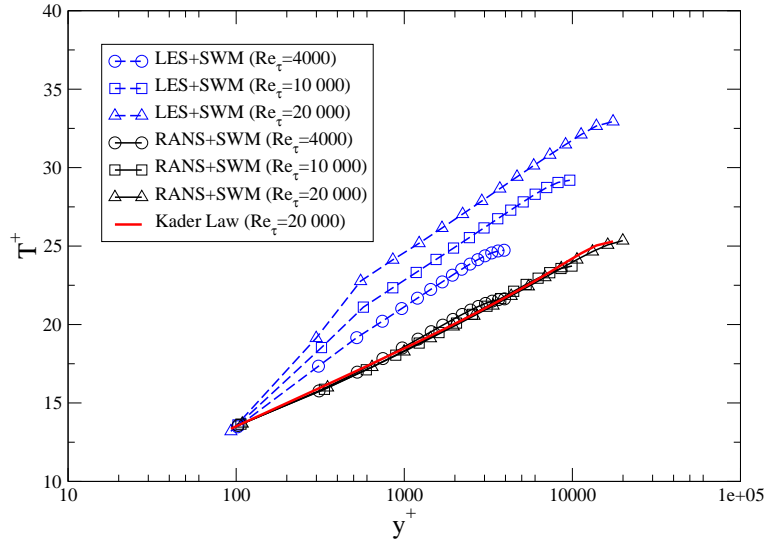


FIG. 5.4 – Profils moyen de température dans un canal plan turbulent pour les maillages M5, M7 et M8.

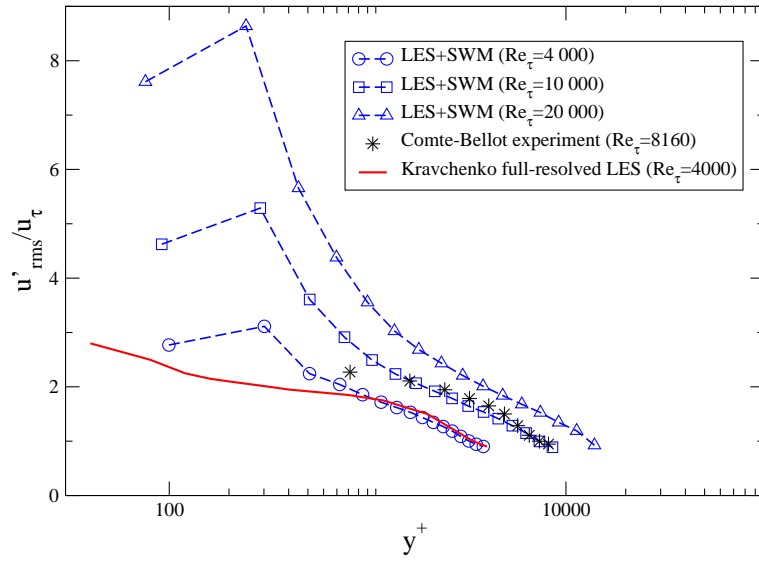


FIG. 5.5 – Profils d'écart-type de vitesse dans un canal plan turbulent pour les maillages M5, M7 et M8.

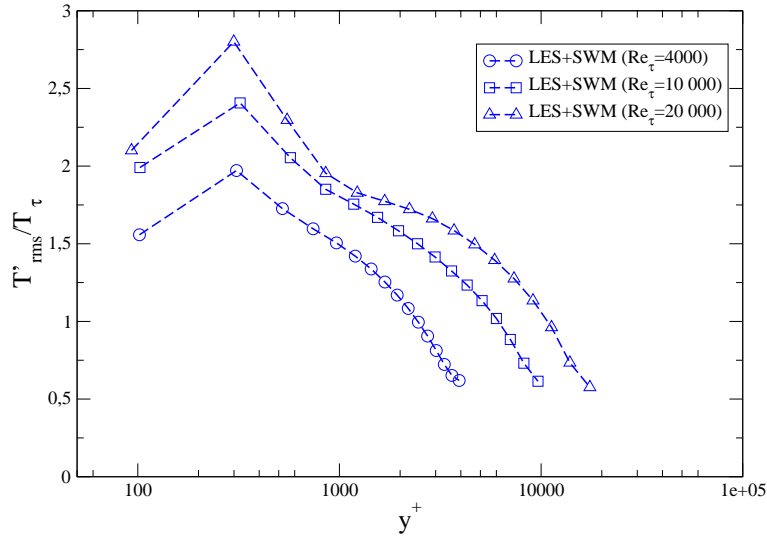


FIG. 5.6 – Profils d'écart-type de température dans un canal plan turbulent pour les maillages M5, M7 et M8.

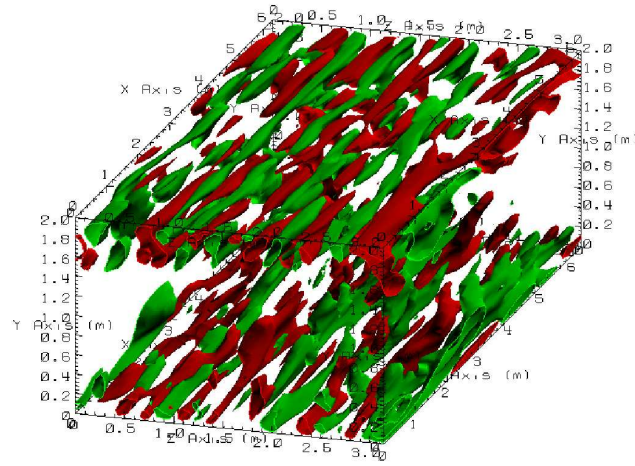


FIG. 5.7 – Vorticité normale à la paroi d’après des résultats LES résolue à la paroi dans une configuration de canal plan pour le maillage M0 à  $Re_\tau = 212$ .

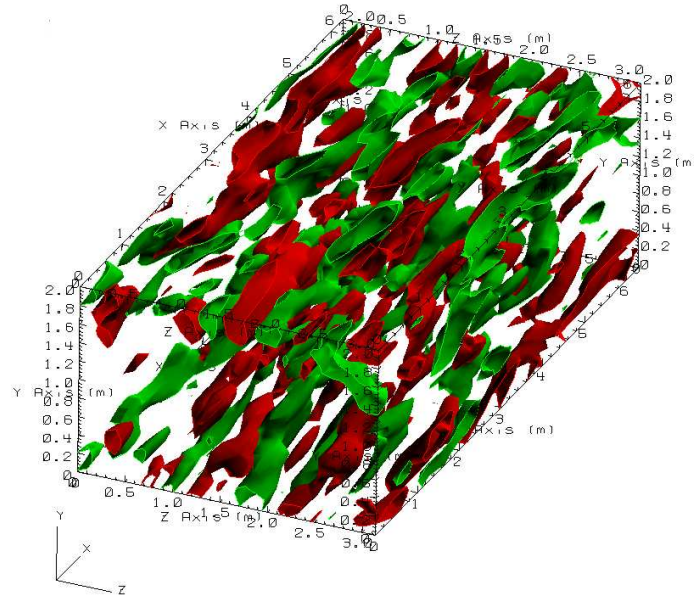


FIG. 5.8 – Vorticité normale à la paroi d’après des résultats LES avec loi de paroi standard pour le maillage M5 à  $Re_\tau = 4000$ .



## 5.4 Influence de l'évaluation de la viscosité turbulente en première maille

Pour un calcul LES, la taille des mailles à proximité de la paroi affecte, non seulement l'estimation du cisaillement pariétal, mais aussi l'évaluation de la viscosité sous-maille en première maille. En effet, la plupart des modèles sous-maille procèdent à l'évaluation de la viscosité sous-maille par l'intermédiaire de gradients de vitesse. Or, les gradients pariétaux évalués linéairement conduisent à une large sous-estimation du frottement.

Avant de nous concentrer sur l'influence des modèles sous-maille sur les résultats, nous allons investiguer l'influence de l'évaluation de la viscosité turbulente en première maille dans le cadre de trois variantes de la loi de paroi standard. Ces variantes diffèrent selon le modèle de viscosité turbulente  $\nu_t$  utilisé en première maille :

- ▷  $\nu_t$  est déterminée par le modèle sous-maille de type simulations des grandes échelles (LES) ; la viscosité turbulente sera alors notée  $\nu_t$  sgs.
- ▷  $\nu_t$  en première maille est calculée par le modèle longueur de mélange ( $\nu_t$  lm).
- ▷  $\nu_t$  en première maille est telle que  $\nu_t$  est déterminée par le modèle longueur de mélange à l'interface entre les deux premières mailles proches de la paroi<sup>1</sup> ( $\nu_t$  lm modif) (voir la figure 5.9). Cette dernière variante a été envisagée dans le souci d'améliorer les bilans de flux dans la seconde maille.

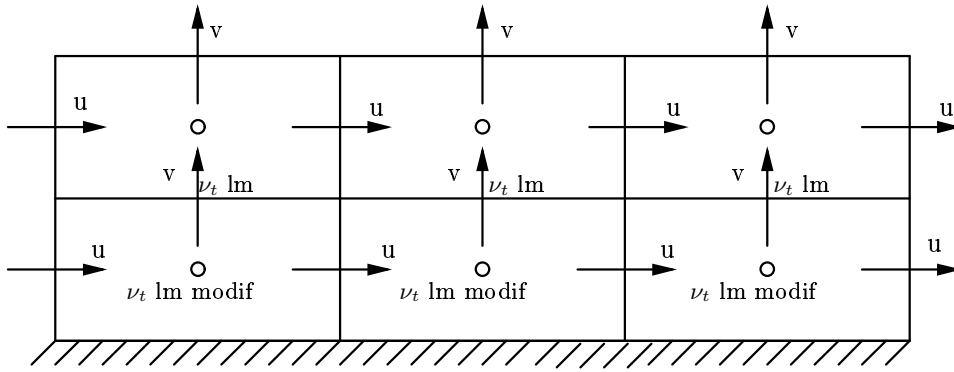


FIG. 5.9 – Maillage proche de la paroi pour la troisième variante de la loi de paroi standard.

Pour le maillage M3 du Tab. 5.1, nous comparons ces différentes variantes. Les résultats (LES + loi de paroi standard) des profils moyens  $U^+$ , des fluctuations  $u'_{rms}$  et des contraintes de Reynolds  $-\langle u'v' \rangle / u_\tau^2$  sont non seulement comparés entre eux mais aussi aux résultats expérimentaux de Wei et Willmarth [148].

En observant la Fig. 5.10, le profil moyen de la vitesse apparait (pour les trois variantes de la loi de paroi standard) comme légèrement décollé en comparaison à l'expérience de Wei et Willmarth. Ceci est dû à l'utilisation d'un maillage grossier comme il a été vu au

<sup>1</sup> $\nu_t$  est évaluée au centre des mailles.

paragraphe §5.3. Néanmoins, il reste possible de comparer entre elles nos trois variantes de la loi de paroi standard. En ce qui concernent les profils moyens de vitesse, la variante  $\nu_t$  *lm modif* semble mieux prédire la vitesse pour les deux premières mailles mais pour les mailles suivantes le profil moyen de la vitesse est assez éloigné de la loi logarithmique. Ceci corrobore le comportement identifié au paragraphe §5.3 selon lequel, les modèles RANS retrouvent la loi logarithmique contrairement à la LES.

En ce qui concerne les fluctuations (Fig. 5.11) et les contraintes de Reynolds (Fig. 5.12), seule la variante  $\nu_t$  sgs donne un bon niveau de fluctuations ou de contraintes de Reynolds. Le pic de fluctuations reste, comme nous l'avons évoqué dans paragraphe §5.3, hors de sa localisation physique. Les deux autres variantes (et spécialement  $\nu_t$  *lm modif*) amenuisent le niveau des fluctuations proche paroi. Ceci s'explique par le fait que la viscosité turbulente fournie par le modèle longueur de mélange est plus élevée que celle du modèle sous-maille. Donc, les effets diffusifs seront plus importants sur les mailles où la modélisation de la turbulence est de type RANS, les fluctuations auront donc tendance à s'amenuiser.

En conclusion, nous pourrions déduire des remarques précédentes que la modification de la viscosité turbulente en première maille influe peu sur le reste du profil. Au mieux, elle repousse le phénomène de "cassure" du profil de vitesse propre aux approches DES évoqué au paragraphe §5.3. Donc la modification de la viscosité turbulente en première maille ne semble pas être le remède à la LES dans le cadre des maillages grossiers.

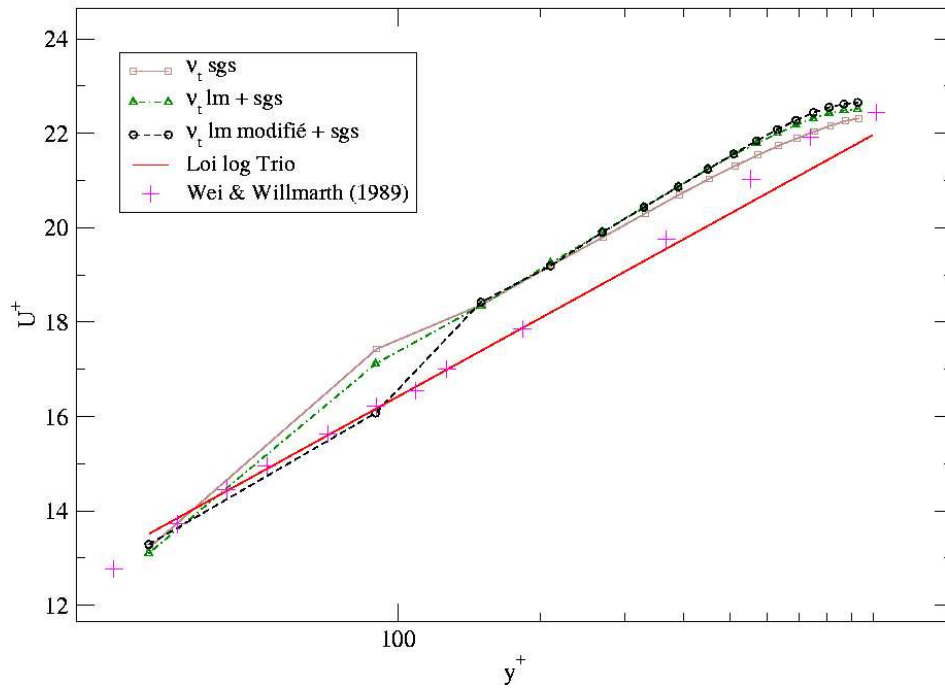


FIG. 5.10 – Profils de vitesse moyenne dans un canal plan turbulent à  $Re_\tau = 1000$

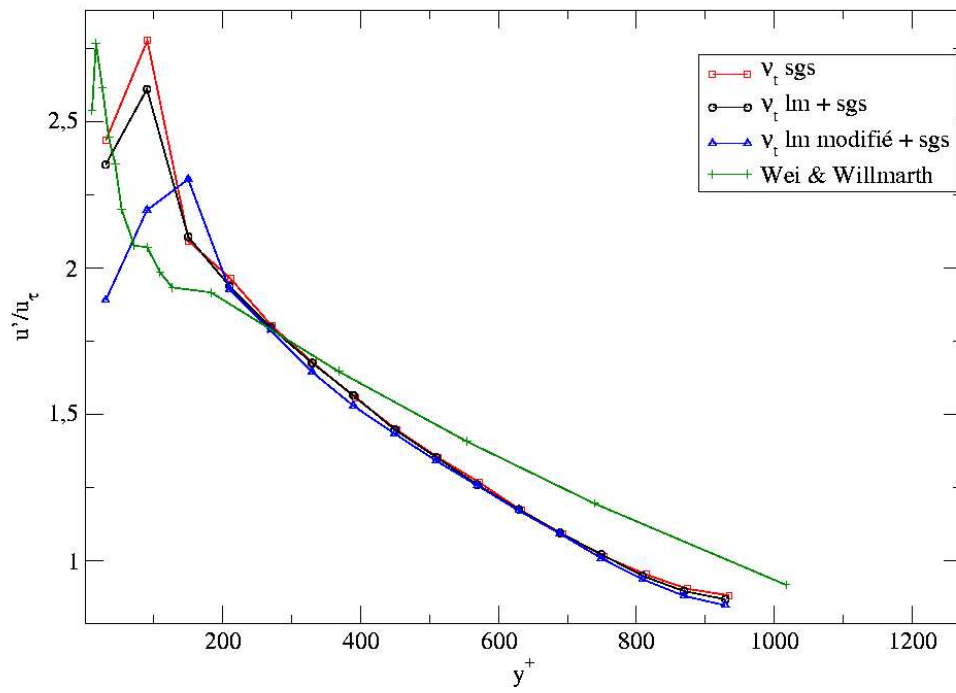


FIG. 5.11 – Ecart-type des fluctuations longitudinales dans un canal plan turbulent à  $Re_\tau = 1000$

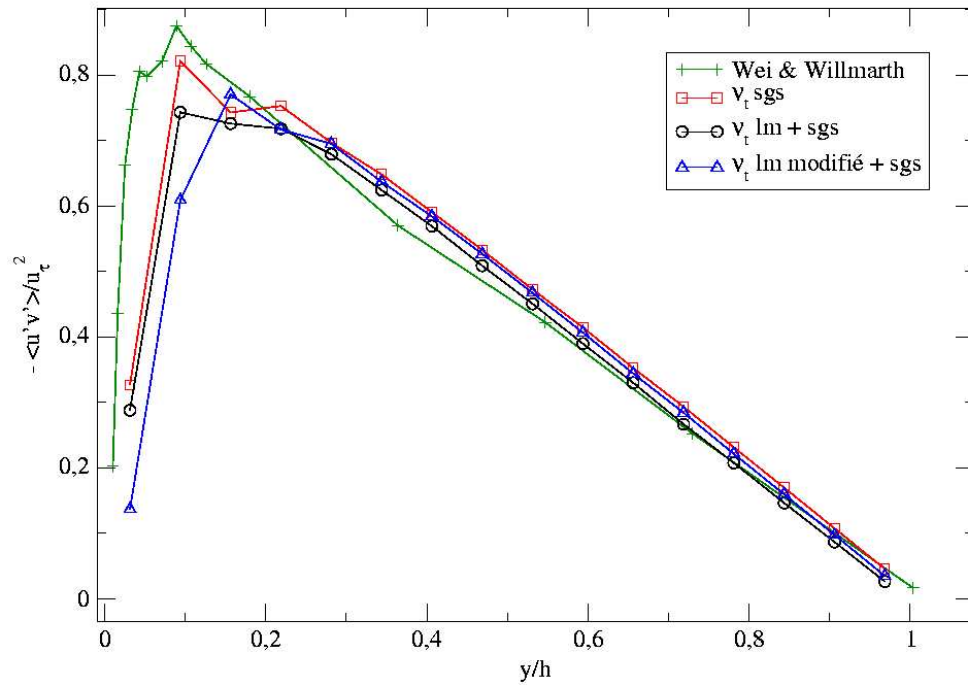


FIG. 5.12 – Contraintes de Reynolds dans un canal plan turbulent à  $Re_\tau = 1000$

## 5.5 Influence du modèle sous-maille

Dans l’optique de l’étude du comportement de la LES en maillage grossier, nous étudions dans ce sous-paragraphe l’influence de divers modèles sous-maille dans un contexte de maillage grossier.

Les calculs présentés ci-après (Tab. 5.2) sont effectués avec les modèles de Smagorinsky (Smago), WALE et Fonction de Structure Sélective (SSF) qui sont décrits au paragraphe §4.3. Deux types de maillage, possédant le même nombre de degrés de liberté, ont été étudiés, le premier maillage (NUM pour *Non Uniform Mesh*, maillage M8 du Tab. 5.1) est raffiné à la paroi, le second maillage (UM pour *Uniform Mesh*, maillage M9 du Tab. 5.1), quant à lui, ne comporte pas de raffinement. Une loi de paroi standard (SWM) avec une viscosité turbulente de première maille ( $\nu_{t1}$ ) de type longueur de mélange (LM) sera utilisée pour les calculs de ce sous-paragraphe.

TAB. 5.2 – Simulations réalisées afin de comparer l’effet des modèles sous-maille dans le cadre de maillage grossier.

Maillage	Modèle sous-maille	Modèle de paroi	$\nu_{t1}$
M8	Smago	SWM	LM
M9	Smago	SWM	LM
M8	SSF	SWM	LM
M9	SSF	SWM	LM
M8	WALE	SWM	LM
M9	WALE	SWM	LM

L’analyse des profils moyens de vitesse (voir Fig. 5.13) montre que pour le maillage irrégulier M8, les modèles sous-maille SSF et WALE possèdent le même comportement de profil “décollé” par rapport à la loi logarithmique alors que le modèle de Smagorinsky semble en bien meilleur accord avec cette loi analytique. En ce qui concerne le maillage M9, les modèles sous-maille SSF et WALE fournissent un profil moyen en meilleur accord que pour le maillage M8.

Les profils d’écart-type des fluctuations de vitesse longitudinale (voir Fig. 5.14) présentent tous des pics de fluctuations décalés par rapport à leur localisation, nous nous concentrerons plutôt sur le niveau des fluctuations pour les premiers noeuds de calcul. Les modèles WALE et fonction de structure sélective, pour le maillage irrégulier, exhibent un pic de fluctuations largement surestimé. Le modèle de Smagorinsky présente un pic de fluctuations avec un niveau moindre. En ce qui concerne le maillage uniforme, les trois modèles sous-maille présentent des profils de fluctuation comparables.

A ce stade de l’analyse des résultats, le modèle de Smagorinsky pourrait paraître le plus adapté pour les maillages grossiers. Cependant, en observant les contraintes de Rey-

nolds (Fig. 5.15), le modèle de Smagorinsky fournit des contraintes de Reynolds moindres par rapport aux deux autres modèles. De plus, comme nous l'avons souligné au sous-paragraphe §4.3.1, le modèle de Smagorinsky a tendance à être trop diffusif. Il se pourrait donc que les résultats de ce modèle sous-maille, en apparence meilleurs dans le cas du maillage irrégulier, puissent être dus à des effets de compensation d'erreurs suite à une diffusion trop importante. En effet, une diffusion excessive pourrait amoindrir le niveau anormalement élevé du pic de fluctuations, puis des tensions de Reynolds et enfin, corrigerait artificiellement le profil moyen.

Pour conclure, bien qu'ayant des comportements différents, les modèles sous-maille testés ci-avant ne semblent pas être en mesure de fournir des résultats corrects dans un contexte de maillage grossier.

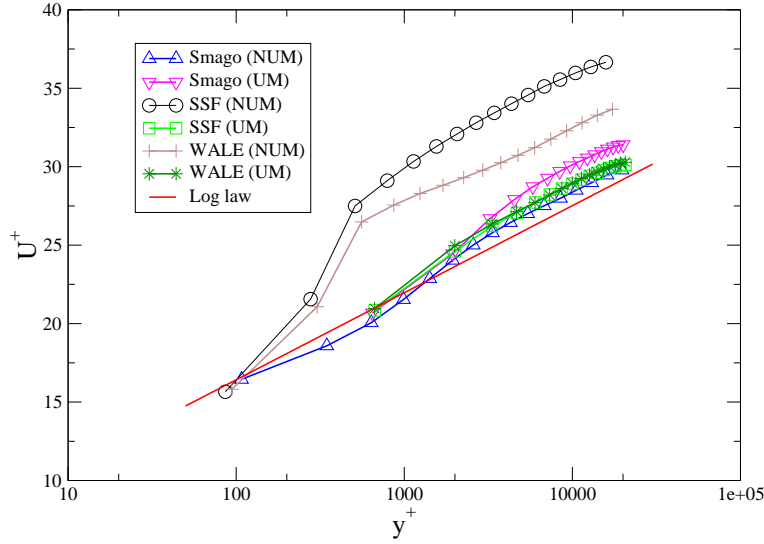


FIG. 5.13 – Profils de vitesse moyenne dans un canal plan turbulent à  $Re_\tau = 2.10^4$ .

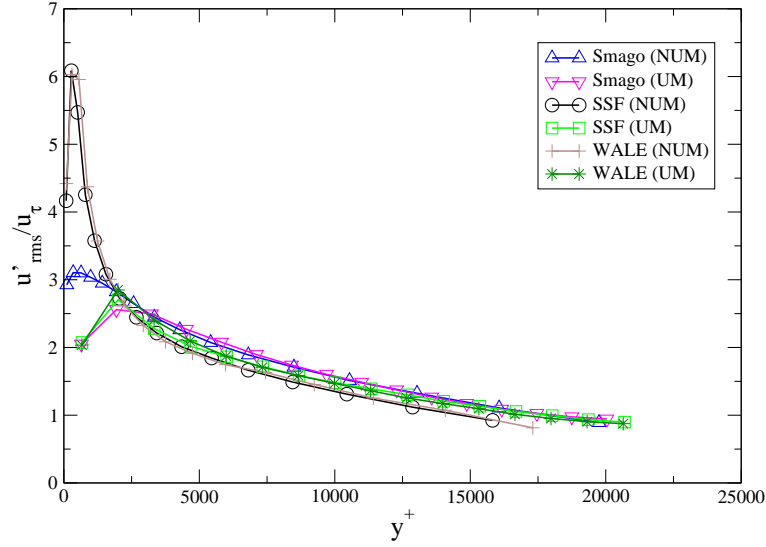


FIG. 5.14 – Ecart-type des fluctuations de vitesse longitudinale dans un canal plan turbulent à  $Re_\tau = 2.10^4$ .

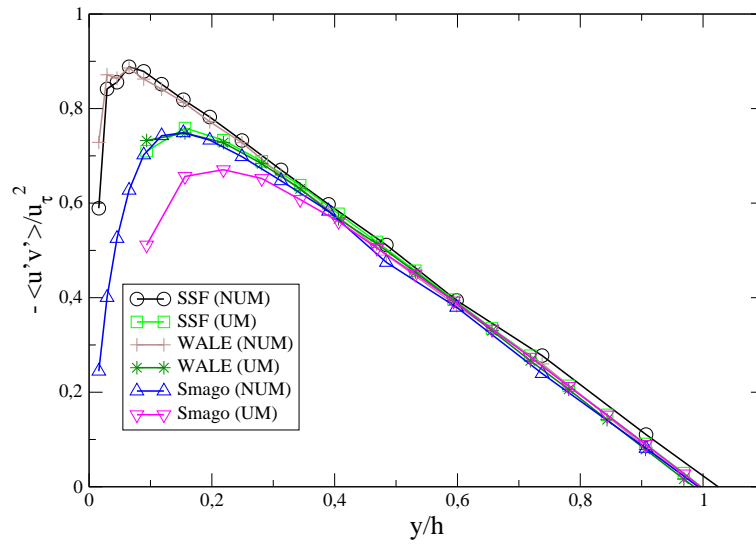


FIG. 5.15 – Contraintes de Reynolds dans un canal plan turbulent à  $Re_\tau = 2.10^4$ .



## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exhibé les principales caractéristiques des simulations des grandes échelles avec la loi de paroi standard dans un contexte de maillage grossier. Tout d'abord, les profils de vitesse et de température ne respectent pas les lois analytiques comme la loi logarithmique et la loi de Kader. De plus, la sous-estimation du frottement pariétal est croissante avec la taille des mailles malgré l'utilisation d'une loi de paroi. Ensuite, les pics de fluctuations des champs de vitesse et de température sont décalés par rapport à leur localisation physique et ils possèdent un niveau trop élevé. Ce phénomène est relié à la présence de structures allongées non-physiques dont les dimensions sont déterminées par la taille de maille.

Nous avons également tenté d'améliorer ces résultats mais ni la prise en compte d'une viscosité de type RANS en première maille ni l'utilisation d'autres modèles sous-maille n'aboutit à des résultats probants.

Afin d'obtenir de meilleurs résultats, nous allons à présent nous concentrer sur l'élaboration de lois de paroi plus sophistiquées que les lois de paroi standards utilisées jusqu'ici. Puis, dans un second temps, nous proposerons une technique de couplage par terme de forçage afin de corriger une partie des défauts de la LES en maillage grossier décrits ci-avant.

## Chapitre 6

# Lois de paroi dans une configuration de couche limite attachée

### 6.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre 5 les divers défauts de la LES avec une loi de paroi standard avec des maillages grossiers alors que les modèles RANS fournissaient des frottements et profils moyens corrects. Nous allons à présent nous focaliser sur une loi de paroi plus sophistiquée aussi bien pour le champ de vitesse que pour le champ thermique. Nous exposerons les améliorations apportées par cette loi de paroi dans l'article 1 ci-après.

### 6.2 Résumé de l'article 1 et commentaires

L'objectif de l'article est double : montrer les avantages apportés par le modèle de paroi TBLE du point de vue de l'instationnarité de l'écoulement dans la zone proche paroi, puis de décliner ce dernier modèle pour le champ thermique afin de modéliser le flux de chaleur pariétal, ce qui, à notre connaissance, n'a pas encore été entrepris d'après les publications récentes. Les calculs ont été menés dans une configuration de canal plan bi-périodique pour les maillages M1, M4 et M6 présentés dans le Tab. 5.1 du paragraphe §5.2. Les nombres de Reynolds de frottement  $Re_\tau$  considérés sont égaux à 395, 1020 et 4800. Les résultats concernant les deux premiers  $Re_\tau$  sont comparés à ceux obtenus par les simulations numériques directes de Kawamura et al. [79] et Abe et al. [3]. L'expérience menée par Comte-Bellot [42] apportent des éléments de comparaison pour le dernier  $Re_\tau$ .

Les profils moyens (Fig. 6.3 et Fig. 6.8) dans la zone TBLE sont en parfait accord avec les résultats DNS et les lois analytiques. La zone LES est en bon accord avec les résultats de référence tant que le maillage n'est pas trop grossier (résolution de maillage M1 et M4). Pour le maillage M6, les profils moyens exhibent une légère cassure comme il a été montré au chapitre 5.

Malgré l'utilisation d'un modèle RANS dans la zone TBLE, les écarts-type de fluctuations (Fig. 6.4 et Fig. 6.9) ne sont pas nuls dans la zone TBLE. La version de TBLE avec les termes convectifs semble être capable de reproduire un comportement de pic de

fluctuations de température dans la zone TBLE. Cependant, il existe un autre pic dans la zone LES qui est seulement dû à la taille des mailles comme nous l'avons souligné au paragraphe §5.3. Malgré ce dernier défaut non corrigé par TBLE, la présence d'un pic de fluctuations de température dans la zone TBLE semble prometteur pour les simulations numériques concernant la fatigue thermique à haut nombre de Reynolds qui nécessite de capturer l'instationnarité du fluide à proximité de la paroi.

La présence d'un pic de fluctuations en température peut paraître étonnant, étant donné que le terme de flux de chaleur turbulent résolu  $-\langle v'T' \rangle$  est assez faible (Fig. 6.10(a) et Fig. 6.10(b)) et donc le terme de production de variance de température (analogue de l'énergie cinétique turbulente pour le champ de vitesse)  $-\langle v'T' \rangle \frac{\partial T}{\partial y}$  doit être également assez faible. Toutefois, la zone TBLE possède une énergie cinétique turbulente significative en comparaison des résultats DNS (Fig. 6.6) ce qui montre bien que le modèle TBLE est capable de capturer au moins en partie l'instationnarité de l'écoulement pariétal.

Ces dernières remarques peuvent s'expliquer par la nature instationnaire du calcul URANS réalisé dans la zone TBLE et l'instationnarité de la condition à la limite à l'interface entre la zone TBLE et la zone LES. En effet, cette condition à la limite agit comme un forçage des composantes tangentielles  $u$  et  $w$  de la vitesse par le calcul LES ce qui explique la part non négligeable de l'énergie cinétique turbulente dans la zone TBLE. En revanche, la composante normale  $v$  est seulement reconstruite par intégration des composantes tangentielles  $\frac{\partial u}{\partial x}$  et  $\frac{\partial w}{\partial z}$  du gradient de vitesse qui sont faiblement évaluées étant donné que le maillage est grossier dans les directions  $x$  et  $z$ , d'où une faible évaluation de la composante normale  $v$  et donc du terme  $-\langle v'T' \rangle \frac{\partial T}{\partial y}$ .

### 6.3 Article 1 : Passive scalar wall modelling on a heated and turbulent plane channel flow

*Article soumis à International Journal of Heat and Mass Transfer*

Y. Benarafa, O. Cioni, F. Ducros  
Laboratoire de Modélisation et Développement Logiciels, DEN/DER/SSTH  
CEA Grenoble, 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 9, France

and P. Sagaut

Laboratoire de Modélisation en Mécanique UMPC-CNRS  
4, place Jussieu, Tour 66, case 162, 75252 Paris Cedex 05, France

### 6.3.1 Introduction

Industrial flows are often characterized by a high Reynolds number, and they are also often turbulent and wall bounded flows. In the nuclear industry, for instance, unsteadiness of such flows is a key feature for safety studies. In particular, the near wall unsteadiness of the flow is usually a crucial feature for conjugate heat transfer. Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes approach (URANS) is commonly used in the industrial world and is only able to take into account low frequency features of the flow. Large-Eddy Simulation (LES) seems to be a relevant technique to perform flow simulations able to capture accurately the major part of the unsteadiness of the flow.

Wall-resolved LES requires a tremendous mesh refinement in the near wall region for high Reynolds number flows and may imply the same computational cost than a Quasi Direct Numerical Simulation (QDNS). Many studies attempted to evaluate the LES mesh requirements for wall-bounded flows. Chapman [35] was probably the first to highlight the Reynolds number dependency of the mesh requirements near the wall. He evaluated that the mesh resolution should scale as  $Re^{1.8}$  in the inner layer of the boundary layer, and as  $Re^{0.4}$  in the outer layer. Piomelli and Balaras [111], using the same estimation tools, consider that in a boundary flow case, if the Reynolds number is about one million, 99% of the computational nodes should be used to compute the inner layer given that this latter represents only 10 % of the boundary layer. Moreover, Baggett et al. [12] estimate that the required LES mesh for a plane channel flow scales as  $Re_\tau^2$ .  $Re_\tau$  is the friction Reynolds number based on the friction velocity  $u_\tau$ , the half channel height  $h$  and the molecular viscosity  $\nu$ . The friction Reynolds number can be related to the “classical” Reynolds number thanks to the Dean correlation [50]. According to this criteria and the Dean correlation, a flow with a Reynolds number of one hundred million requires approximately a mesh of  $10^{12}$  nodes to be computed. Well, with the nowadays computer power, a simulation with a mesh of  $10^9$  nodes remains very impressive (see the reference [3], for instance). As for Spalart [130], considering that the computer power increases by a factor of 5 every five years, he estimates that the QDNS will be out of reach until 2070. As a consequence, wall-resolved LES applied to wall bounded flow configurations for high Reynolds numbers implies a prohibitive computational cost for the nowadays computer power.

In order to alleviate this mesh constraint, many research works have been performed to create wall models (see [111] or [118] for an exhaustive review). These latters are meant to approximate the wall boundary conditions, allowing this way, the use of coarser meshes. Wall models for large-eddy simulation can be divided into two categories. The first one concerns the wall models based on equilibrium laws such as the logarithmic law for example. The other one consists on using a different approach (most of the time a RANS approach) in the near-wall region to provide accurately the wall shear stress to the coarse LES mesh.

The first authors to investigate this latter approach are Balaras et al. [13]. Introducing a wall model called “*two-layer model*” or “TBLE (*Thin Boundary Layer Equations*)”, these authors embedded a one-dimensional grid between the wall and the first LES computation node. A RANS equation is solved in this inner mesh. As an upper boundary condition, the outer LES mesh supply the inner mesh with the velocity and the pressure gradient

of the first LES node. In return, the TBLE inner mesh using a no-slip condition at the wall provide a wall shear stress to the LES outer mesh. The key of this method is that the pressure gradient is assumed to be constant in the fine mesh which avoids Poisson equation inversion for incompressible flows, hence a huge reduction of the computational cost. Various variants of the TBLE wall model have been developed (see [27, 28, 30, 54, 147]), we will discuss them in the subsection 6.3.2. A second attempt of the same kind is the Detached Eddy Simulation (DES) used as a wall model by Nikitin et al. [106]. In this method, the inner layer is resolved thanks to a RANS approach and the outer layer is a LES region. Schmidt et al. [124] also investigated a two-layer approach. Contrary to the two previous methods, the inner mesh is not resolved by a RANS model but by the ODT (*One-Dimensional Turbulence*) model introduced by Kerstein [80]. In this latter, the one-dimensional field is obtained by two mechanisms : the first one is the molecular diffusion which is solved in the one-dimensional grid and a sequence of instantaneous transformations, qualified as “eddy events”, which are determined by a non-linear probabilistic model.

Unless the increase of these recent developments, wall models are mostly dedicated to the velocity field and very few of them focus on the temperature. A wall model applied to the temperature field should supply the LES with a normal heat flux. Thus, developing temperature wall models for high Reynolds number flows with thermal boundary condition as imposed temperature and conjugate heat transfer may appear as a relevant approach.

This study aims at investigating further the TBLE wall model and applying this approach to the temperature field to attempt to evaluate accurately the wall heat flux with regard to the unsteadiness of the flow and the coarseness of the grid.

In the next section, the numerical setup and the modelling framework will be presented (section 6.3.2). Then the results obtained in a heated plane channel flow configuration will be discussed (section 6.3.3). Finally, some conclusions and future work will be unfolded (section 6.3.4).

### 6.3.2 Numerical setup and modelling framework

#### Governing equations

In this study the flow is incompressible and turbulent so that the mass conservation, the momentum filtered equations and the temperature transport equation acting as a passive scalar can be expressed as follows :

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} ((\nu + \nu_{sgs}) \bar{S}_{ij}) \quad (6.2)$$

$$\text{with } \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\alpha + \alpha_{sgs}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) + Q_f \quad (6.3)$$

where  $\overline{(\cdot)}$  is LES filter operator.  $\nu_{sgs}$  is a subgrid-scale viscosity.  $\nu$  is the molecular viscosity and  $\alpha$  is the thermal diffusivity.  $Q_f$  is a heat source term to create heat flux in the channel flow.

As for the turbulence models, we used the selective structure function model (for more details about this subgrid-scale model see [89]) for LES computations. Given the Prandtl number used in this study ( $Pr = 0.71$ ), the turbulent diffusivity  $\alpha_t$  is determined assuming that the subgrid-scale Prandtl number ( $Pr_{sgs} = \frac{\nu_{sgs}}{\alpha_{sgs}}$ ) is constant and equal to 0.9, see the work of Kawamura et al. [79] for the justification of this assumption.

The flow configuration considered is well-known (see for example [82] or [2]) and consists in a bi-periodic channel flow developing in the x-direction (see Fig. 8.1). To deal with pressure loss induced by the friction effects and to ensure constant mass flow rate in the channel, a source term is added to the momentum equation at each time steps.

The correlation of Dean [50] is used to prescribe a friction Reynolds number  $Re_\tau$  to the flow. It has to be noted that this correlation is only valid for a friction Reynolds number lying between 350 and  $2.10^4$ .

## Numerical procedure

All the computations of this study were achieved with the TRIO\_U code. This object oriented code solves equations (8.27) to (8.29) in a mixed finite volume/finite element approach for both structured and unstructured grids (see the reference [31] for details about the implementation of this code). For the present study, structured grids are considered; unknowns are located in a staggered mesh and the discrete form of the equations is solved using a matrix projection scheme which is a derivative of the SOLA method originally developed by Hirt et al. [74] (more details about this projection method are developed in the reference [55]).

Our study will focus on calculations carried out in structured (and staggered) grids. The divergence free constraint is ensured using the projection method described before : the Poisson's equation is solved using an iterative conjugate gradient method.

Time advancement was ensured by a 3rd order Runge-Kutta explicit scheme. For the momentum equation (8.28), we use a centred 2nd order scheme for convection and diffusion terms. For the temperature transport equation (8.29), a centred 2nd order scheme and a QUICK scheme, as suggested by Châtelain et al. [40], have been respectively used for the diffusive and the convective terms.

## Wall modelling

### Wall models based on equilibrium laws

Most of common wall models are based on equilibrium laws such as the logarithmic law (see Grotzbach [68]) :

$$U^+ = y^+ \quad ; \text{ if } y^+ < 5 \quad (\text{Viscous sublayer}) \quad (6.4)$$

$$U^+ = \int_0^{y^+} \frac{2 d\alpha}{1 + \sqrt{1 + 4lm_+^2(\alpha)}} \quad ; \text{ if } 5 < y^+ < 30 \quad (6.5)$$

$$\text{with } lm_+(\alpha) = \chi\alpha^+ \left(1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{26}\right)\right) \quad (\text{Buffer layer})$$

$$U^+ = \frac{1}{\chi} \ln(y^+) + A \quad \text{if } y^+ > 30 \quad (\text{Logarithmic layer}) \quad (6.6)$$

$u_\tau$  is the friction velocity defined as :  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  where  $\tau_w$  is the wall shear stress and  $\rho$  is the fluid density.

To model the wall normal heat flux in a coarse mesh, the Kader law was used. The Kader law can be expressed as follows :

$$\frac{T - T_w}{T_\tau} = Pr y^+ e^{-\Gamma} + [2.12 \ln[(1 + y^+)C] + \beta] e^{-1/\Gamma} \quad (6.7)$$

With :

$$\Gamma = \frac{10^{-2}(Pr y^+)^4}{1 + 5Pr^3 y^+} \quad \text{and} \quad C = \frac{1.5(2 - y/h)}{1 + 2(1 - y/h)^2}$$

In this second formula, the temperature is divided by the friction temperature  $T_\tau$  which is defined as :

$$T_\tau = \frac{\alpha}{u_\tau} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w = \frac{\phi_w}{\rho C_p u_\tau} \quad (6.8)$$

Then, the friction temperature (and then the wall heat flux) is computed thanks to the Kader law (6.7) and provided to the LES computation.

### Velocity and temperature TBLE wall model

The TBLE wall model has been developed for the first time by Balaras et al. [13]. As explained in the introduction, this wall model relies on the embedding of a one-dimensional mesh where RANS Thin Boundary Layer Equations are solved to supply the LES computation with the wall shear stress. In return, the LES first computation node will impose the upper boundary condition. Unlike the computation of Balaras et al., it was chosen in this study to embed the one-dimensional mesh at the center of the cell as it is shown in Fig. 6.2 instead of localizing it between the velocity nodes and the wall. On this mesh, the solved equations are the following :

For the TBLE velocity field  $i = 1$  or  $3$  :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \left( (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \quad (6.9)$$



The TBLE normal velocity is computed integrating the mass conservation equation :

$$v(y) = - \int_0^y \left( \frac{\partial u}{\partial x}(\alpha) + \frac{\partial w}{\partial z}(\alpha) \right) d\alpha \quad (6.10)$$

The obtained normal velocity is used to compute the convection terms. The turbulent viscosity  $\nu_t$  is evaluated thanks to a mixing length model with the Van Driest damping function :

$$\nu_t = D_{vd}(\kappa y)^2 \left( \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2} \quad \text{with} \quad D_{vd} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{y^+}{25} \right)^3 \right] \quad (6.11)$$

Various boundary conditions have been tested at the interface between the inner TBLE one-dimensional grid and the outer LES mesh. Balaras et al. [13] proposed to use the velocity of the first node velocity of the first LES node as boundary conditions and the pressure gradient as a given source term. In addition to these latters, Diurno et al. [54] attempted to impose the continuity of the shear stress or the one of the turbulent viscosity which they conclude to be a better choice for numerical stability reasons. Wang & Moin [147], to study a trailing edge flow, also connected the subgrid-scale viscosity to the TBLE turbulent viscosity at the interface between the LES outer mesh and the TBLE inner mesh.

In the present TBLE implementation, due to the staggered grid the velocity of the first LES node is interpolated at the center of the cell to compute the upper boundary conditions for the TBLE mesh.

On the inner TBLE mesh, the temperature field is also solved with the following equation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \left( (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial T}{\partial y} \right) = Q - \frac{\partial(Tu_j)}{\partial x_j} \quad (6.12)$$

As for the LES computation, the turbulent Prandtl number is considered constant ( $Pr_t = 0.9$ ) so that the turbulent diffusivity  $\alpha_t$  is proportional to the turbulent viscosity. As for the TBLE wall model for the velocity field, the thermal TBLE wall model requires the value of the temperature at the first temperature node (located at the center of the LES cell) and the source term  $Q$ . In return, the thermal TBLE wall model provide the LES outer mesh with a wall heat flux  $\phi_w$ .

To preserve the unsteadiness information provided by the LES computation a particular numerical procedure, based on an Unsteady RANS method, was applied to solve equations (8.3.2) and (6.12). This numerical procedure was presented and discussed in the reference [20].

### 6.3.3 Results and discussion

Three friction Reynolds numbers have been considered for a single mesh resolution. The mesh parameters are specified in Table 6.1. A sufficient number of nodes were set in the TBLE mesh such as  $\Delta y^+ = 1$  in the TBLE zone.

TAB. 6.1 – Mesh parameters in wall units.

$Re_\tau$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z^+$
395	78	25	39
1020	200	64	100
4800	943	300	472

The standard wall models (*SWM*) are compared to the TBLE wall models for the velocity and the temperature fields. The results obtained with the various TBLE wall model variants with (noted *w/ CVT*) or without (*w/o CVT*) convective terms are also compared. The computations performed at  $Re_\tau = 395$  and at  $Re_\tau = 1020$  are compared to the results of the Abe et al. [2, 3] and Kawamura et al. [79] DNS. The mean profiles of the computations performed at  $Re_\tau = 4800$  are compared to analytical laws. To obtain better insights of the TBLE wall model, some figures presented in section 6.3.5 are splitted into two parts : the TBLE fine mesh (inner mesh) and the LES coarse mesh (outer mesh).

### Velocity field

The mean profiles are shown in Fig. 6.3 for the velocity field. The mean streamwise velocity field is in perfect agreement with the DNS data for the TBLE velocity field, whereas, the LES coarser mesh shows some little discrepancies when the Reynolds number is increasing which is a typical coarse LES result identified by many authors as Nicoud et al. [104] or Temmerman et al. [138].

Considering fluctuations of velocity or temperature in the TBLE inner could appear as unjustified, given that a RANS model is used to close the thin boundary layer equations. However, this point of view can be legitimated relying on the fact that the TBLE inner mesh may convey unsteadiness from the LES mesh to the wall through an unsteady RANS approach.

Observing figures Fig. 6.4(b), Fig. 6.4(d) and Fig. 6.4(f), the RMS velocity fluctuations of the LES outer mesh exhibit a peak at the second computational node whereas it should be at 15 wall units of the wall (see Sagaut [118]). This feature is a typical drawback of LES in coarse meshes (see Benarafa et al. [20]). Away from the near wall region, the fluctuations are all the more underestimated as the mesh is coarse.

Let us focus on the figures Fig. 6.4(a), Fig. 6.4(c) and Fig. 6.4(e). First, it can be noticed that RMS velocity fluctuations exist in the TBLE inner mesh and they are not reduced to a linear link between the outer mesh and the wall. It has to be noted that the TBLE wall model with convective terms mimic the behaviour of the fluctuation peak. Although the level of the fluctuation peak in the TBLE inner mesh is not correct, its location appears to be between 10 and 20 wall units which is in agreement with the physics even for the coarser mesh.

It can be noted that the RMS fluctuations of the streamwise velocity of the inner TBLE mesh and the outer LES mesh does not exactly match at the interface which can

be explained by the fact that the upper boundary conditions of TBLE is interpolated from the staggered LES mesh. Nonetheless, the temperature field in the TBLE does not suffer from the same drawback since the value of the temperature in the LES outer mesh is defined at the center of the cell.

The RMS normal velocity fluctuation profiles (Fig. 6.5(a) and Fig. 6.5(b)) show the TBLE profile does not reach the LES outer profile which was foreseeable since the TBLE mesh is defined from the wall to the center of the cell whereas the normal velocity of the LES staggered mesh is computed at the wall and at faces at the top of the cell. Moreover, to compare to the RMS normal velocity fluctuation profile, a straight line between the wall and the normal velocity computational LES node was plotted. Although it is not equal to zero, the RMS normal velocity fluctuation level is quite low compared to the DNS data. The RMS normal velocity fluctuation at the vicinity of the wall seem to be linear in the TBLE inner mesh whereas it should scale as  $y^{+2}$  according to Abe et al. [2]. This poor evaluation of the RMS normal velocity fluctuation is mainly due to two reasons. On the one hand, the TBLE normal velocity is computed thanks to the evaluation of the gradients of  $u$  and  $w$  (see equation (6.10)) which are both interpolated. This leads us to the interpolation problem discussed before. On the other hand, since the LES outer mesh is quite coarse, the numerical estimation of the gradients  $\frac{\partial u}{\partial x}$  and  $\frac{\partial w}{\partial z}$  might be quite poor.

To further investigate the behavior of the flow in the TBLE inner mesh, the resolved turbulent kinetic energy  $k_{res}$  and the modeled turbulent kinetic energy  $k_{mod}$  were distinguished to build the total turbulent kinetic energy  $k_{total}$  which could be the turbulent kinetic obtained with a steady k- $\epsilon$  model or computed by a DNS. Thus, the following scale separation was performed :

$$k_{total} = k_{res} + k_{mod} \quad (6.13)$$

$k_{res}$  was computed with the resolved fluctuations of the velocity in the TBLE inner mesh  $u_i'^{res}$  :

$$k_{res} = \frac{1}{2} \langle u_i'^{res} u_i'^{res} \rangle \quad (6.14)$$

$k_{mod}$  was established from the turbulent viscosity of the TBLE inner mesh  $\nu_t$  (defined in (6.11)) considering that the turbulent viscosity was equal to the product of a modeled velocity scale  $u'^{mod}$  and a length scale  $l_{mod}$  :

$$k_{mod} = \frac{1}{2} (u'^{mod})^2 \quad \text{with} \quad u'^{mod} = \frac{\nu_t}{l_{mod}} \quad \text{and} \quad l_{mod} = \kappa y D^{1/2} \quad (6.15)$$

Observing Fig. 6.6, the total kinetic energy in the TBLE inner mesh appears as lower than the DNS data which corroborates the results obtained for RMS streamwise velocity fluctuation. Fig. 6.6 shows also that the major part of the near wall turbulent kinetic energy is mainly made up of its resolved component  $k_{res}$  which demonstrates that the unsteadiness of the LES mesh has an essential influence. The modeled component of the turbulent kinetic energy  $k_{mod}$  is quite low and is very similar for both variants of the TBLE wall model.

The coherent structures in the inner TBLE mesh can be identified thanks to the isosurfaces of the instantaneous streamwise velocity fluctuation (Fig. 6.7). Since the TBLE inner mesh spreads from the wall to  $y^+ = 30$  (for the computation at  $Re_\tau = 1020$ ), the

streaky structures shown in Fig. 6.7 are deeper than the physical streaks which are well known features of the turbulent boundary layer. As discussed before, these unphysically large *numerical* streaks have been also observed by Baggett [11].

### Temperature field

The mean profiles are shown in Fig. 6.8 for the temperature field. Similarly to the velocity field, the same kind of analysis can be performed for the mean temperature field. Indeed, the mean temperature field in the TBLE mesh is in fair agreement with the Kader law for each Reynolds number. In the LES coarse mesh, the mismatch between the mean temperature profiles and the Kader law is all the more important as the coarseness of the mesh is increasing. This behaviour is similar to the one of the velocity field.

The RMS temperature profiles in the LES outer mesh are shown in figures Fig. 6.9(b), Fig. 6.9(d), Fig. 6.9(f). Given the coarseness of the mesh, it was foreseeable that the RMS temperature level were underestimated. This phenomenon is amplified with the increase of the Reynolds number.

In the TBLE mesh, (Fig. 6.9(a), Fig. 6.9(c) and Fig. 6.9(e)) the RMS temperature profiles obtained with the TBLE wall model with convective terms are in fair agreement with the DNS data in the viscous sublayer. Moreover, in this region, the slope of the profile is compared to the analytical formula proposed by Teitel et al. [137] to model the behavior of RMS fluctuation of the temperature in the viscous sublayer for an isothermal wall boundary condition :

$$T'_{rms}{}^+ = 0.36 Pr y^+ \quad (6.16)$$

This empirical law is fully corroborated by the profile of the RMS temperature fluctuations of the TBLE wall model with convective terms for each Reynolds number. This result is very encouraging considering the viewpoint of conjugate heat transfer in LES with wall models. Indeed, for high Reynolds number flows in a conjugate heat transfer configuration, the use of wall models becomes necessary and the reconstruction of near-wall fluctuations of the temperature field is a crucial problem as noted by Châtelain et al. [41]. It can also be noticed that the TBLE wall model with convective terms provides a DNS-like behaviour for the RMS temperature fluctuations in the near-wall region, since it creates a peak near to its physical location. However, the level of the peak seems to be slightly underestimated.

On figures Fig. 6.10(a) and Fig. 6.10(b), the resolved normal heat flux are shown. For the TBLE wall model without convective terms, the normal heat flux  $\langle v'T' \rangle$  is almost inexistant, whereas a certain amount of the normal heat flux is captured with the use of the convective terms in the TBLE wall model. This observation can be related to the peak of RMS temperature fluctuations in the TBLE inner mesh shown in Fig. 6.9(a), Fig. 6.9(c) and Fig. 6.9(e). Nevertheless, it cannot be denied that the normal heat flux observed in the TBLE inner mesh for TBLE with convective terms remains very low compared to the DNS data. This insufficient rate of the normal heat flux can be explained by the poor evaluation of the normal velocity discussed before. This leads to two comments : (i) it appears that even a poor estimation of the normal velocity and the convection terms in the near wall may improve significantly the representation of the near-wall behaviour of the temperature fluctuations, (ii) the forcing of the temperature (and consequently of

temperature fluctuation) at the top boundary condition of the TBLE inner mesh is responsible for the generation of a large amount of the temperature fluctuation in the TBLE region.

### 6.3.4 Concluding remarks

In this study, the TBLE wall model was analyzed with regard to the near-wall unsteadiness features and a completely new thermal wall model inspired from the former was successfully tested and its results were analyzed.

Although the TBLE wall model improve the mean results compared with standard wall models, it is unable to correct the drawback of the LES outer mesh such as the mean profile mismatch and the spurious location of the fluctuation peak.

The TBLE layer appeared to be able to fluctuate, despite the use of a RANS model. The RMS fluctuations are better represented by the TBLE wall model with convective terms. This observation is particularly true for the RMS temperature fluctuation which reproduce a DNS-like behaviour near the wall. However, these fluctuations (velocity and temperature) are quite low compared to the DNS data which can be caused by three reasons. First, the use of a RANS model in the TBLE mesh could contribute to the damping of the fluctuations. Then, the poor evaluation (due to the coarseness of the outer LES mesh) of the normal velocity field in the TBLE mesh implies a spurious evaluation of the convective terms in TBLE. Finally, the upper boundary condition of the TBLE velocity wall model implies (for staggered meshes) an interpolation of the velocity of the LES first node. The two latters are quite difficult to avoid, however, the former could be solved ensuring the continuity the turbulent viscosity at the interface between the TBLE wall model and the LES mesh as suggested by Wang & Moin [147] or Diurno et al. [54].

Moreover, it has to be highlighted that an important result of this study was that, in spite of an unperfect prediction of all the near-wall physics, the thermal TBLE wall model with convective terms is able to compute a wall normal heat flux in fair agreement with the DNS data and corroborating perfectly the Teitel et al. criteria [137]. This result may be promising for conjugate heat transfer problems at high Reynolds number. Indeed, large-eddy simulations applied to this kind of configuration require wall models which are able to convey the unsteadiness of the flow from the first LES node to the solid wall. With regard to this requirement, the thermal TBLE wall model has three advantages. First, the upper boundary conditions of the TBLE inner mesh are local in space and instantaneous. Then, the effects of the convectives terms in the TBLE inner mesh can be taken into account. Finally, the equations solved in the TBLE inner mesh are based on an Unsteady RANS method which ensures a better transmission of the unsteadiness of the flow.

### 6.3.5 Figures

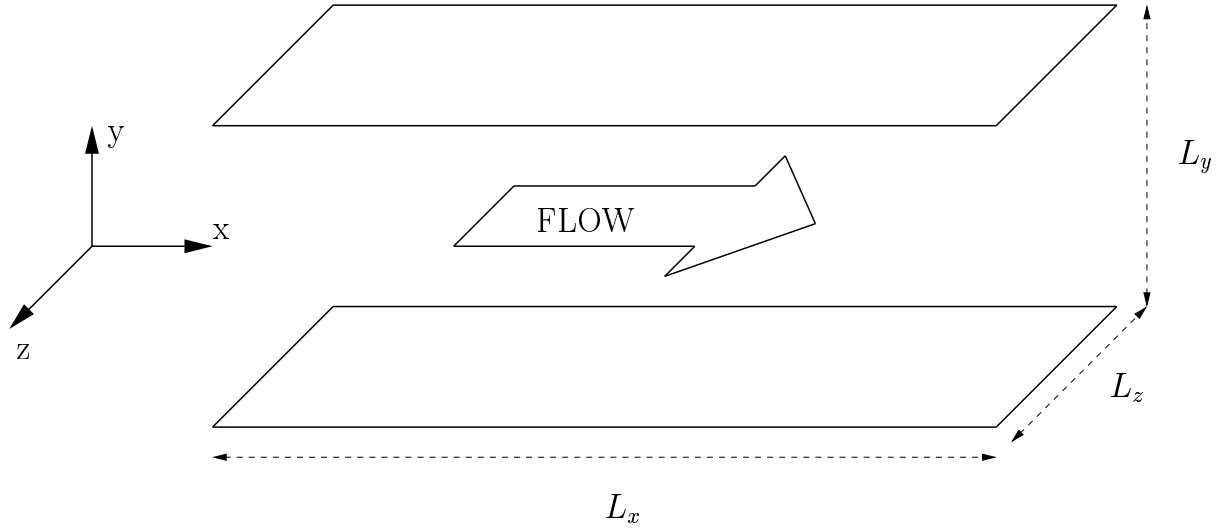


FIG. 6.1 – Plane channel flow configuration.

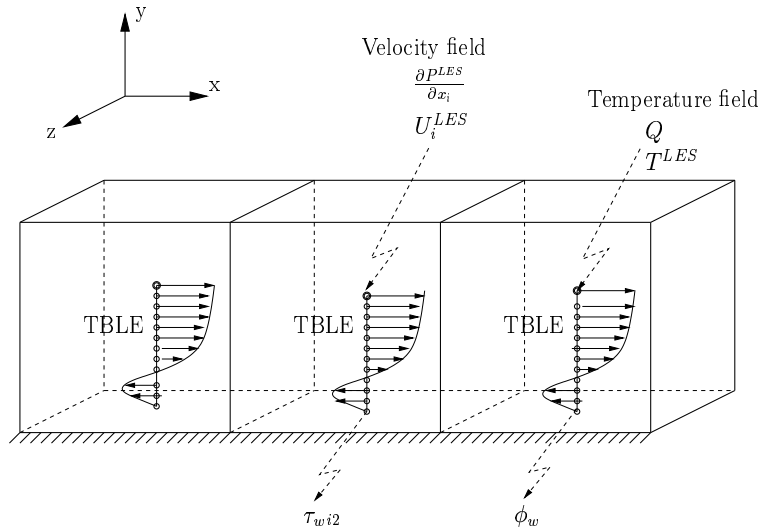
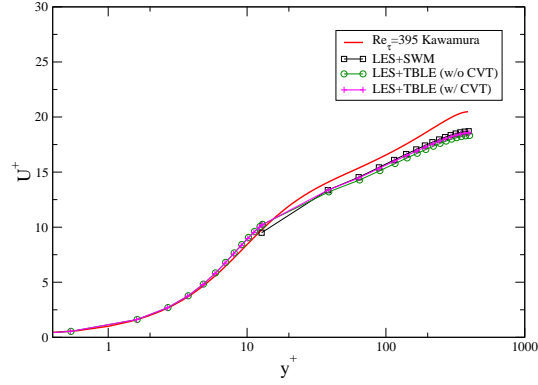
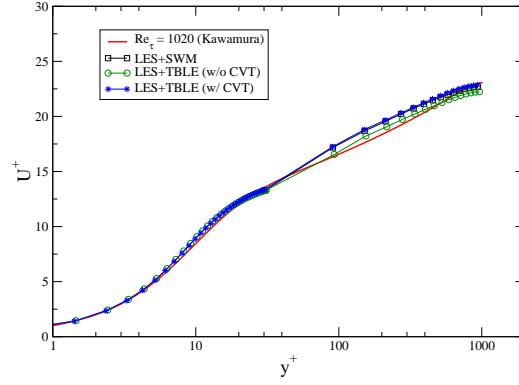


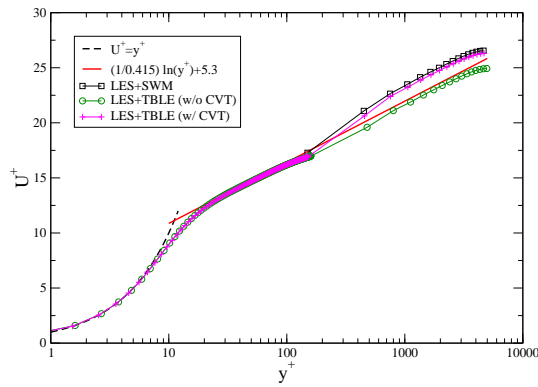
FIG. 6.2 – Near-wall TBLE one-dimensional mesh and staggered LES mesh. As shown in this picture, the TBLE wall model can take into account an adverse pressure gradient. Obviously, this situation is not encountered in a plane channel flow.



(a)  $Re_\tau = 395$

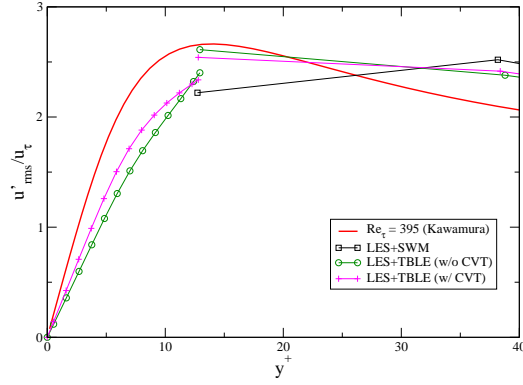


(b)  $Re_\tau = 1020$

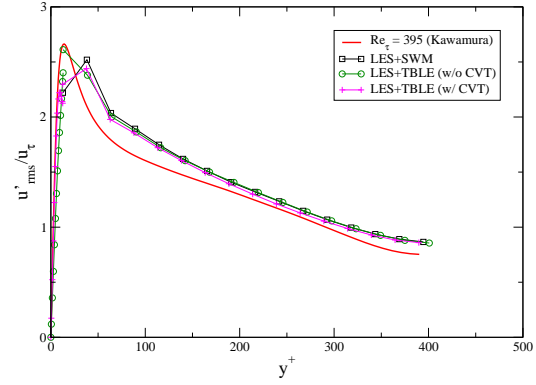


(c)  $Re_\tau = 4800$

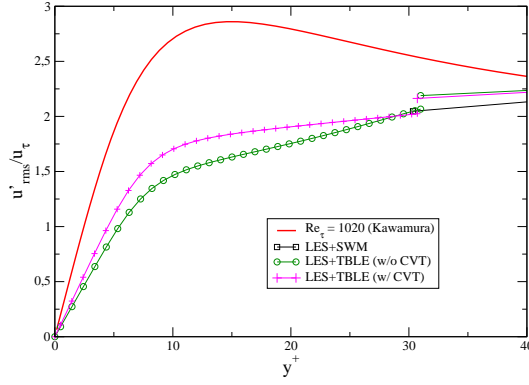
FIG. 6.3 – Mean streamwise velocity profiles.



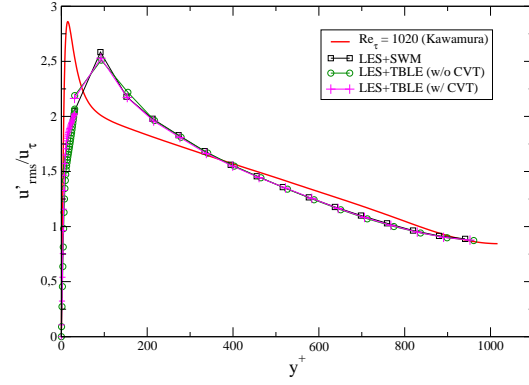
(a) TBLE inner mesh,  $Re_\tau = 395$



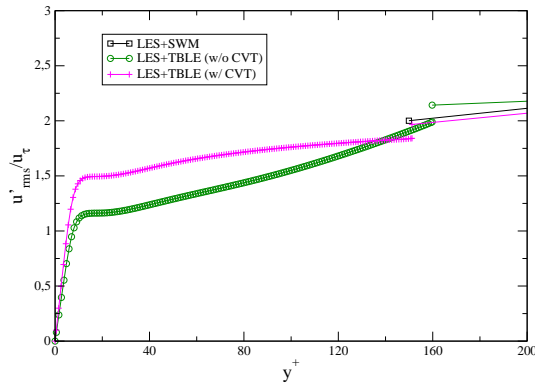
(b) LES outer mesh,  $Re_\tau = 395$



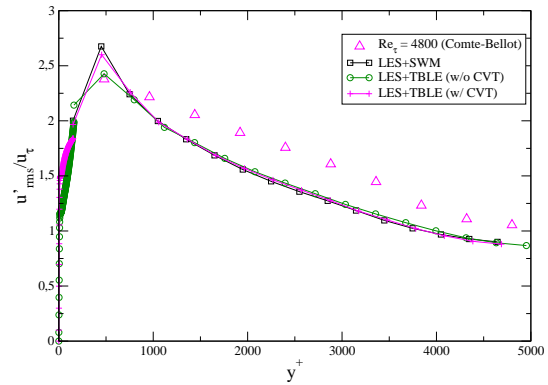
(c) TBLE inner mesh,  $Re_\tau = 1020$



(d) LES outer mesh,  $Re_\tau = 1020$



(e) TBLE inner mesh,  $Re_\tau = 4800$



(f) LES outer mesh,  $Re_\tau = 4800$

FIG. 6.4 – RMS streamwise velocity fluctuations.



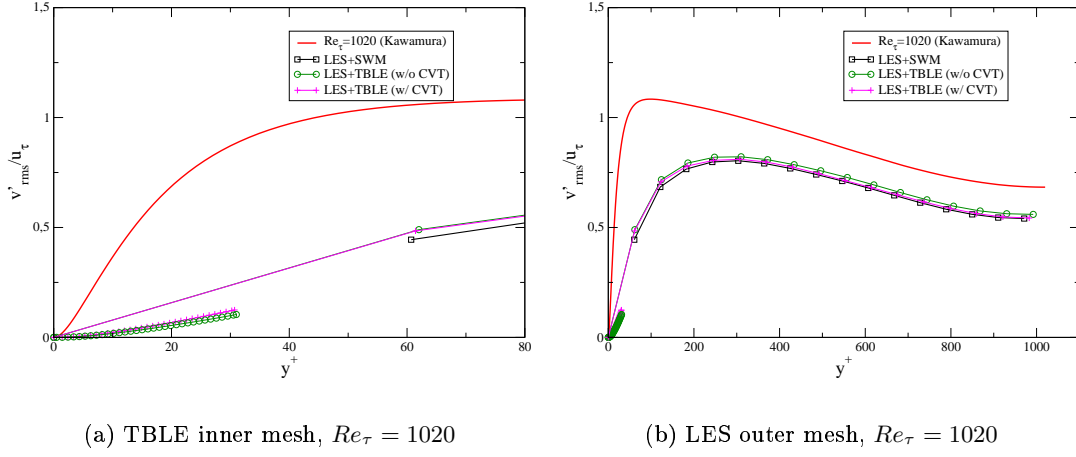


FIG. 6.5 – RMS normal velocity fluctuations profiles.

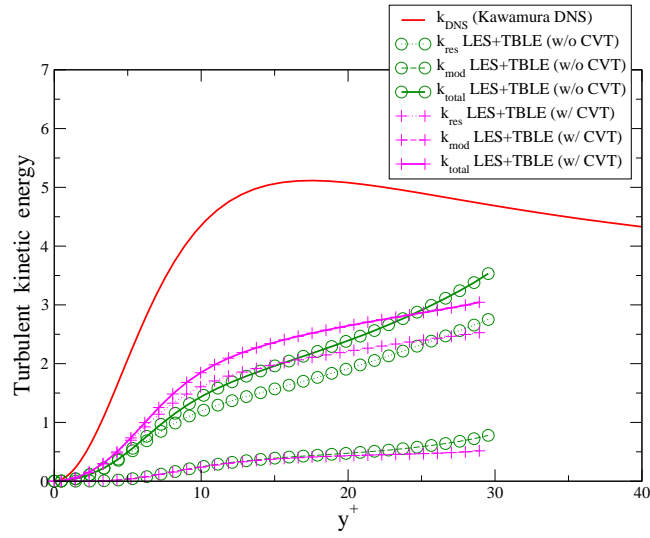


FIG. 6.6 – Turbulent kinetic energy profiles on the TBLE inner mesh at  $Re_\tau = 1020$ .

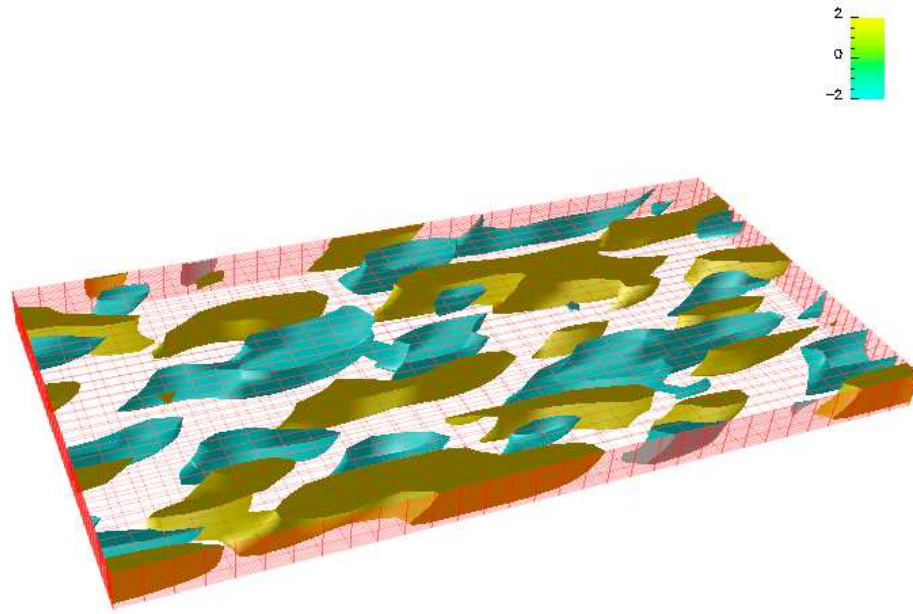
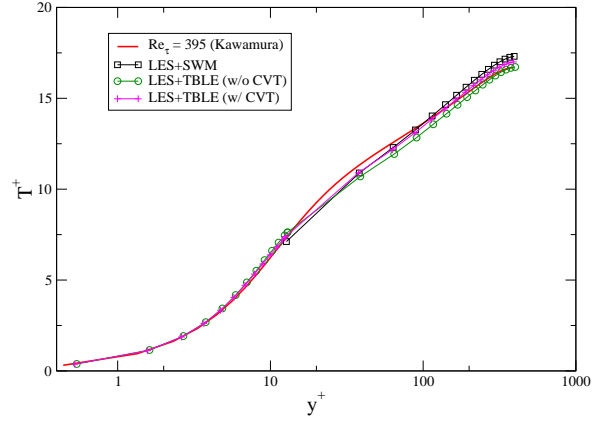
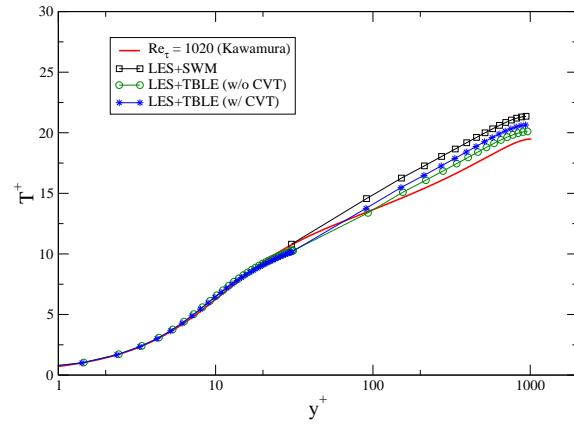


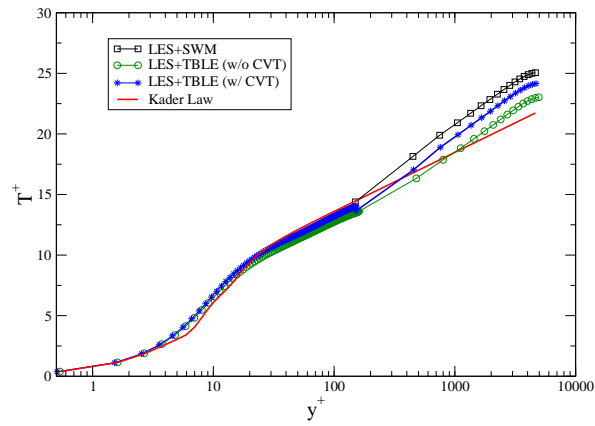
FIG. 6.7 – Isosurfaces of instantaneous streamwise velocity fluctuation ( $u' = 0.06U_{bulk}$  and  $u' = -0.06U_{bulk}$ ) on the TBLE inner mesh at  $Re_\tau = 1020$ .



(a)  $Re_\tau = 395$

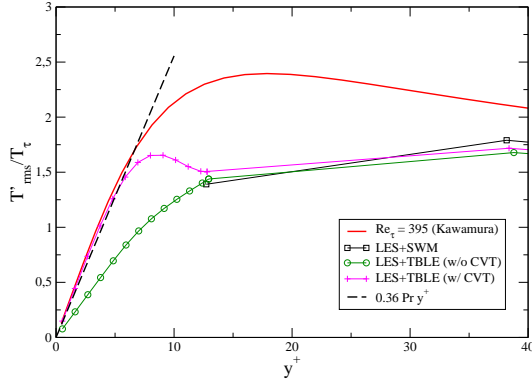


(b)  $Re_\tau = 1020$

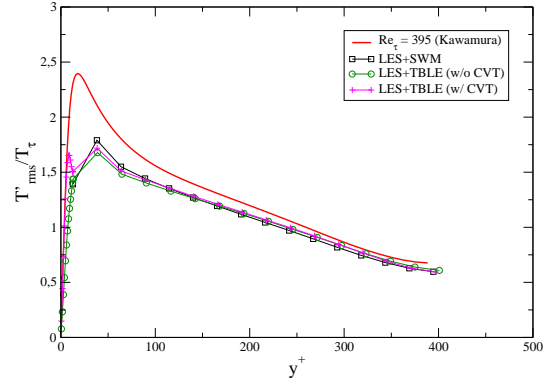


(c)  $Re_\tau = 4800$

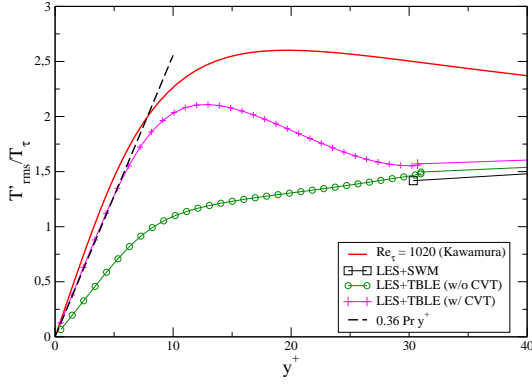
FIG. 6.8 – Mean temperature profiles.



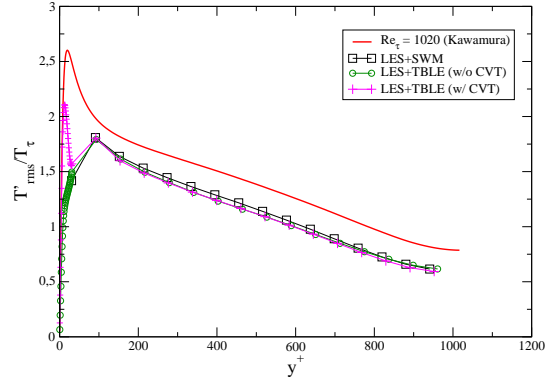
(a) TBLE inner mesh,  $Re_\tau = 395$



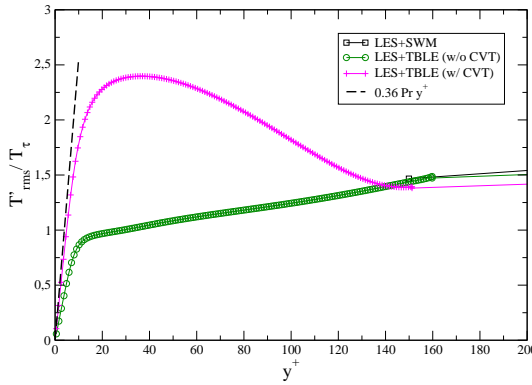
(b) LES outer mesh,  $Re_\tau = 395$



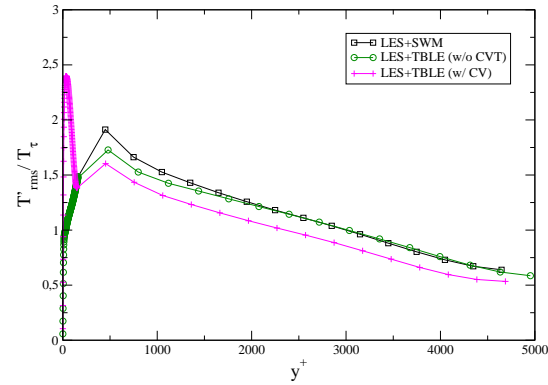
(c) TBLE inner mesh,  $Re_\tau = 1020$



(d) LES outer mesh,  $Re_\tau = 1020$



(e) TBLE inner mesh,  $Re_\tau = 4800$



(f) LES outer mesh,  $Re_\tau = 4800$

FIG. 6.9 – RMS temperature fluctuations profiles.

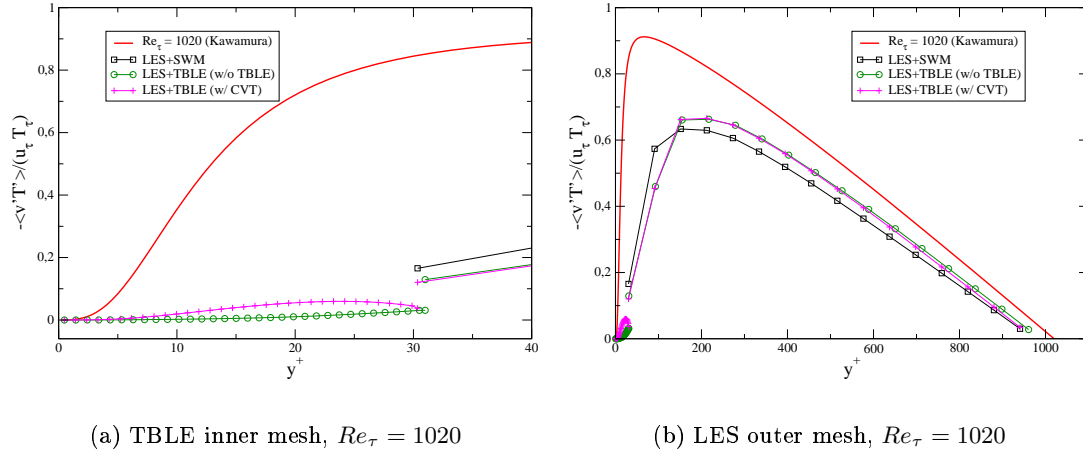


FIG. 6.10 – Resolved normal turbulent heat flux mean profiles.

## 6.4 Conclusion

Nous avons étudié certains avantages apportés par la loi de paroi TBLE et nous avons étendu son utilisation au champ thermique. Bien qu'il ne soit pas capable de corriger tous les défauts identifiés au chapitre 5 comme la cassure entre les profils RANS et LES et la création d'un pic de fluctuations décentrés par rapport à la physique de l'écoulement, le modèle TBLE semble apte à reproduire un comportement similaire à la DNS dans la zone très proche paroi. Il est notamment intéressant de constater que la loi de paroi TBLE thermique avec termes convectifs est en mesure d'évaluer correctement la pente des écarts-type de fluctuation de température dans la zone proche paroi et ceci même pour le maillage le plus grossier M6 pour  $Re_\tau = 4800$ . Ce dernier résultat semble particulièrement encourageant en vue de l'utilisation de la loi de paroi TBLE thermique dans le cadre des études de fatigue thermique à haut nombre de Reynolds puisque ces dernières requièrent de connaître l'instationnarité du flux de chaleur pariétal. Cette remarque est d'autant plus intéressante, si l'on considère que le coût numérique supplémentaire introduit par le modèle de paroi TBLE par rapport à la loi de paroi standard est inférieur à 7%.

Nous allons à présent nous intéresser aux apports d'une loi de paroi comme TBLE dans une configuration de couche limite décollée.



## Chapitre 7

# Lois de paroi en couche limite décollée

### 7.1 Introduction

Après avoir considéré les avantages des simulations des grandes échelles avec le modèle de paroi TBLE dans une configuration de canal plan, nous testons à présent, ce genre de simulation dans une configuration d'écoulement comprenant des obstacles cubiques. Cette simulation est également comparée une LES avec le modèle de paroi standard ainsi qu'une simulation RANS avec ce dernier modèle de paroi.

### 7.2 Présentation de la configuration d'obstacle cubique dans une matrice de cube

La configuration étudiée ici est similaire à une matrice d'obstacles cubiques entre deux parois (Fig. 7.1). Afin d'étudier cette configuration, nous nous limiterons, comme un grand nombre d'auteurs [37, 103, 125], à l'étude d'un seul élément de la matrice (Fig. 7.2). L'intérêt majeur de cette configuration d'écoulement est qu'elle présente un écoulement décollé avec des recirculations.

L'obstacle cubique a pour côté la longueur  $a$ . Les échelles de longueur sont parfois adimensionnées par cette longueur de référence. Les dimensions du domaine de calcul seront  $(L_x, L_y, L_z) = (4a, 3.4a, 4a)$ . Nous avons appliqué des conditions de périodicité dans les directions  $x$  et  $z$  comme suggéré par Cheng et al. [37] au lieu d'utiliser des conditions de symétrie. Des conditions d'adhérence ou de type loi de paroi seront appliquées sur les parois. La condition initiale est identique à celle de la configuration de canal plan étudiée au paragraphe §5.2 : un profil de Poiseuille bruité est imposé au champ de vitesse. Pour conserver le débit dans le canal, nous appliquons un terme de forçage exprimé par la formulation (5.1).



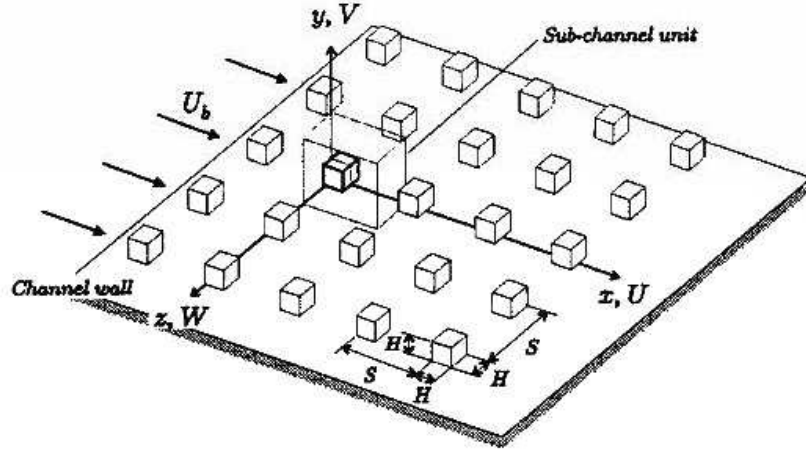


FIG. 7.1 – Configuration d'une matrice de cubes entre deux plaques planes.

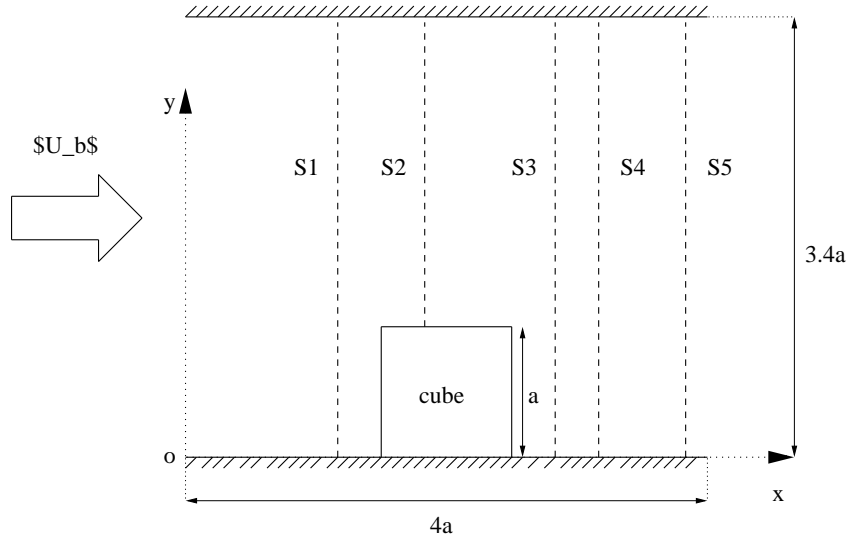


FIG. 7.2 – Vue latérale d'un élément de la matrice de cubes. Les profils analysés seront normaux aux parois dans la direction  $y$ .

Nous avons étudié cette configuration pour le maillage décrit dans le (Tab. 7.1) et dont la résolution dans les plans  $(x,y)$  et  $(x,z)$  est illustrée Fig. 7.3 et Fig. 7.4. Nous introduisons un nouveau nombre de Reynolds  $Re_a$  basé sur la vitesse débitante  $U_b$  et la longueur de côté du cube  $a$ . Le maillage utilisé est résolument grossier (il contient environ 40 000 mailles)

pour justifier de l'utilisation de lois de paroi. Toutefois, le maillage est légèrement raffiné dans le sillage du cube.

Nous comparerons les résultats de calculs LES (modèle sous-maille WALE décrit dans le paragraphe §4.3.2) avec les modèles de parois SWM et TBLE et des calculs URANS (modèle de type k- $\epsilon$ ) avec la loi de paroi SWM. Seule la version sans terme convectif du modèle TBLE est utilisée dans cette étude. Deux résolutions de maillage sont proposées dans le Tab. 7.1 pour l'étude de cette configuration. Les tailles minimales et maximales des mailles sont précisées en unités de paroi.

Les résultats obtenus à l'aide du maillage M10 sont comparés à l'expérience de Meinders [94]. Il n'existe malheureusement pas dans pour cette configuration de données expérimentales pour le nombre de Reynolds associé au maillage M11, mais nous comparerons, pour cette résolution, les différentes modélisations entre elles.

Cinq sondes S1 à S5 (profils dans la direction  $y$  normale à la paroi) ont été placées selon plusieurs positions longitudinales  $x/a = 1.2, 1.8, 2.8, 3.2, 3.8$  (voir Fig. 7.2).

Les moyennes de vitesse et les tensions de Reynolds ont été calculées à partir de 15 secondes de temps physique (plus de 180 passages dans le domaine de calcul) et durant plus de 50 secondes de temps physique (plus de 625 passages dans le domaine de calcul).

TAB. 7.1 – Résolution de maillage (en unités de paroi) des calculs réalisés dans la configuration de canal plan bi-périodique.

Maillages	$Re_\tau$	$Re_c$	$Re_a$	$\Delta x_{min}^+$	$\Delta x_{max}^+$	$\Delta y_{min}^+$	$\Delta y_{max}^+$	$\Delta z_{min}^+$	$\Delta z_{max}^+$
M10	370	9 500	3 850	15	60	24	74	18	44
M11	1400	43 000	25 400	84	210	90	400	84	210

Avant de discuter des résultats concernant les profils moyens de vitesse, il convient de décrire les caractéristiques principales de l'écoulement (voir Fig. 7.5). Un tourbillon en fer-à-cheval se développe à partir de la face avant de l'obstacle et s'enroule autour de l'obstacle. Aux environs du centre de la face avant du cube, il existe un point d'arrêt (région d'impact). Derrière l'obstacle, se créent deux tourbillons contra-rotatifs symétriques par rapport au plan (x,y) de symétrie du cube qui engendrent une zone de recirculation. Les deux tourbillons contra-rotatifs et la présence de l'obstacle donnent naissance à un mouvement vertical ascendant du fluide le long de la face arrière du cube. Le fluide ascendant est finalement entraîné par l'écoulement accéléré passant au dessus du cube formant ainsi une structure tourbillonnaire en forme d'arche au-dessus de la zone de recirculation.

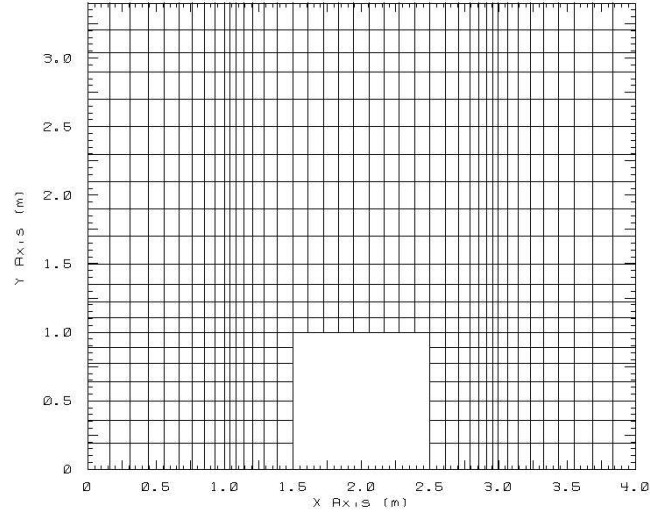


FIG. 7.3 – Maillage de la configuration avec obstacle cubique dans le plan (x,y) pour  $z/a = 2$ .

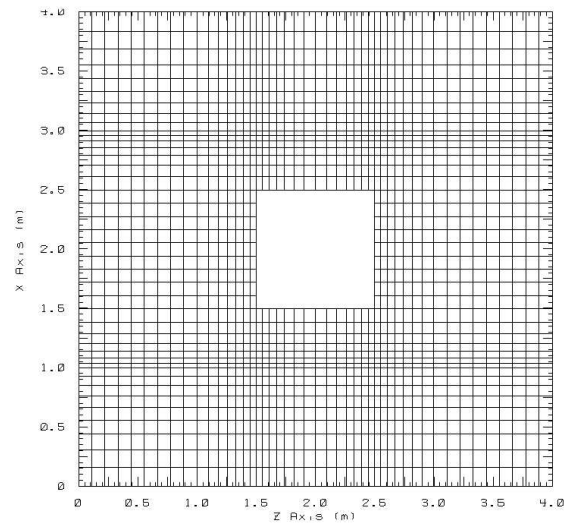


FIG. 7.4 – Maillage de la configuration avec obstacle cubique dans le plan (x,z) pour  $y/a = 0$ .

## 7.3 Résultats et discussions

### 7.3.1 Résultats pour le maillage M10 à $Re_\tau = 370$

#### Profils moyens de vitesse longitudinale

Les profils moyens de vitesse pour les sondes S1 à S5 sont montrés dans les figures Fig. 7.7 à Fig. 7.11. La vitesse moyenne est notée  $U_{mean}$  et adimensionnée par la vitesse

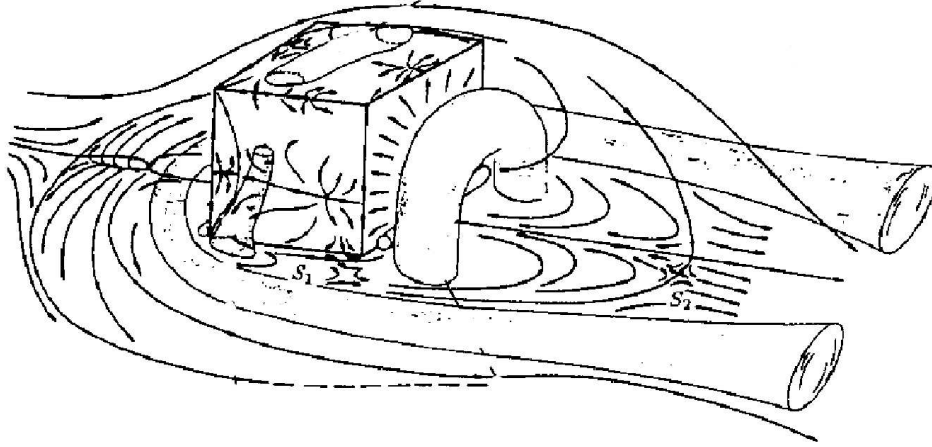


FIG. 7.5 – Schématisation des structures tourbillonnaires présentes dans un écoulement autour d'un obstacle cubique d'après Martinuzzi et Tropea [93].

débitante  $U_b$ . La coordonnée  $y$  est adimensionnée par la longueur de référence du cube  $a$ .

Les profils moyens corroborent bien l'expérience de Meinders tant que  $y/a$  est supérieur à l'unité. En dessous de cette ordonnée, l'écoulement est influencé par le point d'arrêt imposé par l'obstacle cubique pour la sonde S1 (Fig. 7.7) et par le phénomène de recirculation pour les sondes S3 (Fig. 7.9) à S5 (Fig. 7.11). Globalement, les LES avec modèles de paroi produisent de meilleurs résultats que le modèle RANS  $k-\epsilon$  avec loi de paroi standard. Dans une configuration d'écoulement similaire, Rodi [116], Lakehal et Rodi [?] puis Lubcke et al. [90] ont remarqué que le modèle  $k-\epsilon$  standard conduisait dans la région d'un point d'arrêt (typiquement la sonde S1 dans notre cas) à une surestimation du terme de production de l'énergie cinétique turbulente ce qui altère les capacités prédictives de ce modèle.

Les sondes S3 (Fig. 7.9) à S5 (Fig. 7.11) montrent également que le modèle  $k-\epsilon$  standard surestime la taille de la zone de recirculation, ce qui entraîne la sous-estimation de la vitesse longitudinale moyenne dans la zone où  $y/a$  est inférieur à l'unité. Ce phénomène a également été décelé par Cheng et al. [37] qui ont étudié la même configuration d'écoulement.

Les résultats LES avec modèles de paroi, quant à eux semblent mieux se comporter dans la zone amont de l'obstacle et dans la zone de recirculation, au sens où ils corroborent mieux les données expérimentales de Meinders. Cependant, départager les approches loi de paroi standard et modèle TBLE semble assez difficile, puisque ces deux approches apportent des résultats très similaires quelque soit la sonde considérée.

### Tensions de Reynolds

Les profils des tensions de Reynolds normales sont montrés de Fig. 7.12 à Fig. 7.16 dans la direction longitudinale et de Fig. 7.17 à Fig. 7.21 dans la direction transversale.

En ce qui concerne les tensions de Reynolds longitudinales, elles présentent pour la paroi supérieure ( $y/a = 3.4$ ) un défaut déjà identifié au chapitre 5 : la présence d'un pic parasite au niveau du second noeud de calcul du fait de la taille de maille importante.

Concentrons-nous maintenant sur la paroi inférieure ( $y/a = 0$ ). Pour les tensions longitudinales (Fig. 7.12 à Fig. 7.16), d'après l'expérience de Meinders, il existe un pic au niveau de  $y/a = 1$  correspondant à un fort cisaillement entre le fluide émergent autour de l'obstacle et le fluide accéléré passant au dessus de l'obstacle cubique. Pour la sonde S1 (Fig. 7.12) en amont du cube, dans la région d'impact du fluide sur la face avant de l'obstacle, l'expérience montre un minimum local vers  $y/a = 0.4$  des tensions longitudinales ce qui est dû au tourbillon en fer à cheval qui prend naissance dans cette région.

Les LES avec modèles de paroi surestiment clairement le pic de tensions longitudinales au niveau de ( $y/a = 1$ ) pour toutes les sondes. Il est à noter que cette surestimation intervient également pour les simulations de Niceno et al. [103] qui utilisent un maillage comprenant 10 fois plus de noeuds de calcul. Pour la sonde S1 (Fig. 7.12), les LES avec modèles de paroi prédisent assez mal le minimum local de tensions longitudinales. Le modèle TBLE semble fournir une valeur de tensions longitudinales plus proche de l'expérience que le modèle de paroi standard (SWM) mais la résolution de maillage utilisée ne permet pas de capturer toute la physique de l'écoulement dans la région d'impact en amont de l'obstacle. Dans la zone de recirculation et en particulier pour S5 (Fig. 7.16), les tensions longitudinales sont sous-estimées même si elles semblent aussi largement surestimées pour le premier point de maillage en proche paroi. Cette dernière remarque corrobore les observations de Schmidt et Thiele [125] qui ont réalisé sur une configuration semblable des simulations LES et DES. Les auteurs finissent par conclure que même avec une approche DES (qui est assez similaire à l'approche LES+TBLE), il est nécessaire de raffiner le maillage comme s'il s'agissait d'une LES résolue à la paroi pour capturer les phénomènes physiques dans la région d'impact et dus à la recirculation derrière l'obstacle.

En ce qui concerne les tensions de Reynolds transversales, la paroi supérieure ( $y/a = 3.4$ ) présente une sous-estimation des fluctuations dans la direction transversale pour les premiers noeuds de calcul dans les sondes S1 à S5 (de Fig. 7.17 à Fig. 7.21). Dans Fig. 7.17, nos calculs montrent une surestimation des tensions de Reynolds transversales vers ( $y/a = 1$ ) ce qui est sûrement dû à la taille excessive des mailles dans cette région. Dans la zone de recirculation (de Fig. 7.19 à Fig. 7.21), les tensions de Reynolds transversales sont largement sous-estimées. Ce phénomène a également été perçu par les travaux de Cheng et al. [37] et ceux de Niceno et al. [103] qui utilisent des résolutions de maillage bien plus fines que la nôtre avec des calculs LES résolus à la paroi. Excepté pour la sonde S4 (Fig. 7.20), les résultats de première maille proche de la paroi semblent légèrement meilleurs lors de l'utilisation du modèle TBLE. Cependant, ces améliorations sont peu significatives.

Les erreurs de prédiction des LES avec modèles de paroi et le peu de différences entre les résultats du modèle TBLE et du modèle SWM peuvent avoir quatre causes :

- ▷ Le maillage dans la zone  $y/a = 1$  et autour du cube n'est pas assez fin pour bien capturer le phénomène de recirculation. Cheng et al. [37] suggèrent d'utiliser un

maillage très fin dans la zone de recirculation et dans la région d'impact du fluide sur l'obstacle. Mais, on peut se demander l'intérêt de l'utilisation de lois de parois si le maillage doit être localement raffiné autour de l'obstacle.

- ▷ Le maillage comporte des "*mailles aveugles*" dans les coins de l'obstacle où le modèle de paroi est inactif car aucune face des mailles en question n'est en contact avec la paroi (voir Fig. 7.6). Cette situation nuit particulièrement à la simulation lorsque le maillage est grossier car elle peut inhiber la création de petites structures tourbillonnaires autour des arêtes du cube.
- ▷ Au voisinage de l'obstacle, les gradients de pression selon  $x$  et  $z$  pourraient varier en  $y$  dans la zone proche paroi. Ces variations de pression doivent avoir une grande importance dans la zone d'impact en amont du cube et dans la zone de recirculation en aval du cube. De ce fait, l'économie en coût numérique offerte par TBLE, lorsque le gradient de pression est considéré comme constant dans le maillage fin, pourrait s'avérer pénalisante dans ce genre de configurations d'écoulement.
- ▷ La viscosité turbulente dans la zone TBLE dépendant d'une fonction d'amortissement (voir l'expression (A.4)) dont la forme est dictée par la physique d'une couche limite attachée. En effet, dans une couche limite attachée, des développements asymptotiques (voir [36]) montrent que la viscosité turbulente varie en  $y^3$  dans la région proche paroi. Or, il n'est pas évident qu'une telle fonction d'amortissement soit judicieusement utilisé dans la zone d'impact et dans la zone de recirculation du cube.

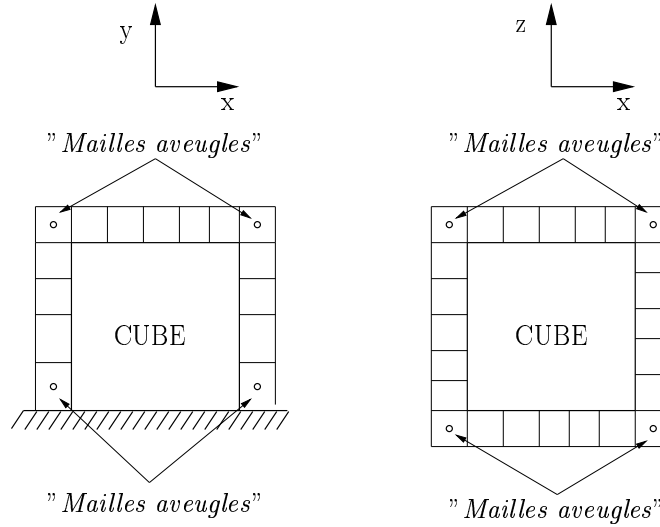


FIG. 7.6 – Mailles ne profitant pas de la modélisation de paroi, aucune de leurs faces n'est en contact avec une paroi.

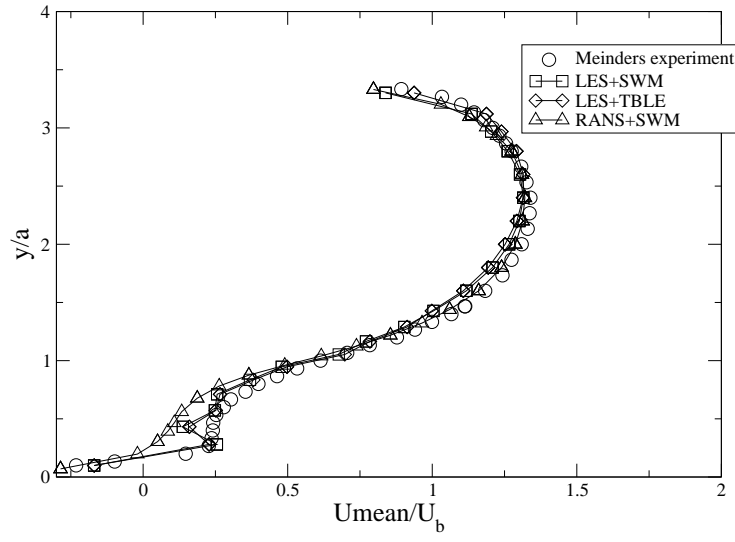


FIG. 7.7 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S1.

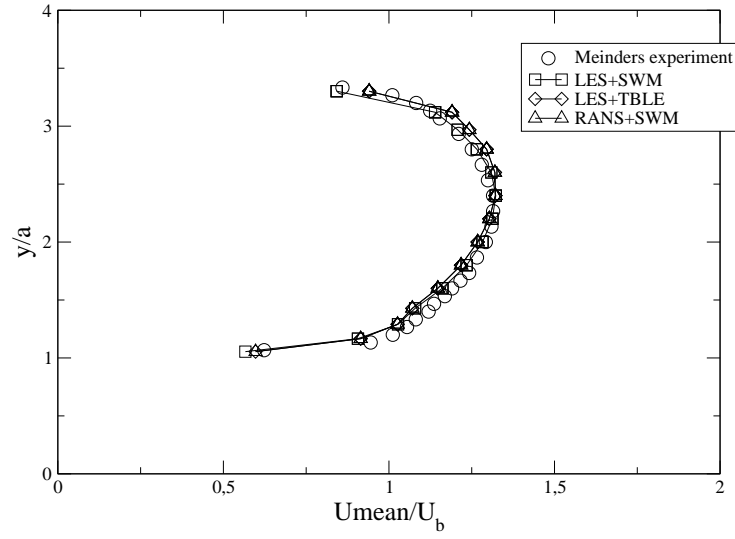


FIG. 7.8 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S2.

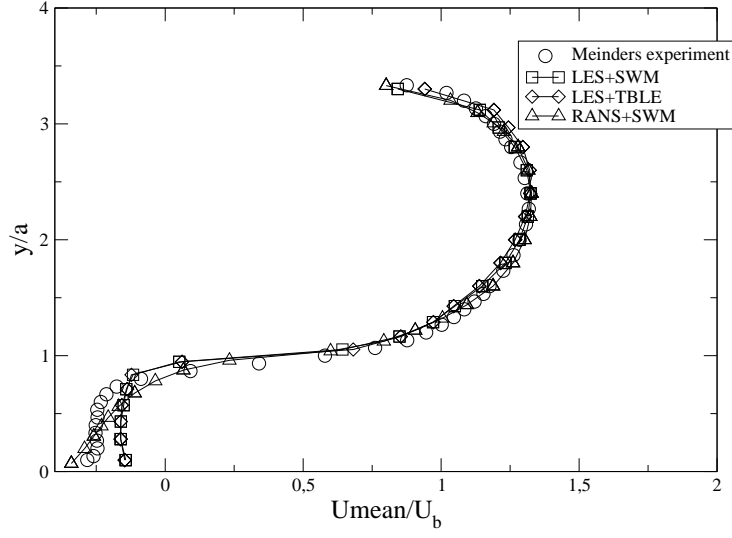


FIG. 7.9 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S3.

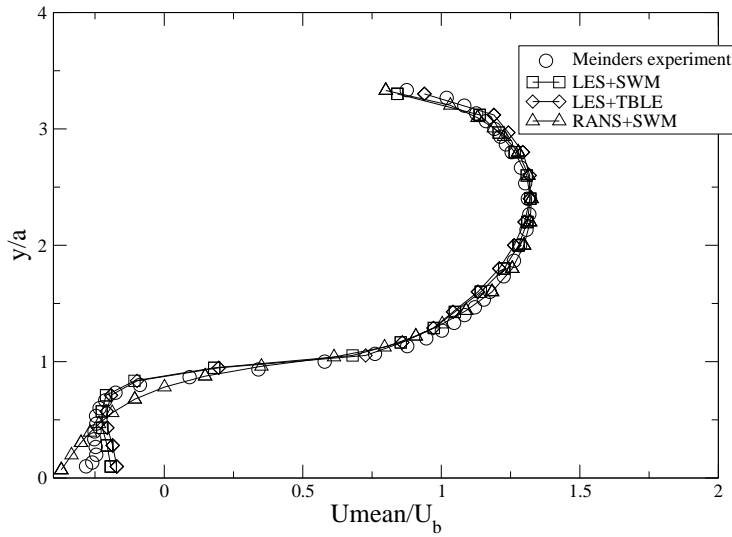


FIG. 7.10 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S4.



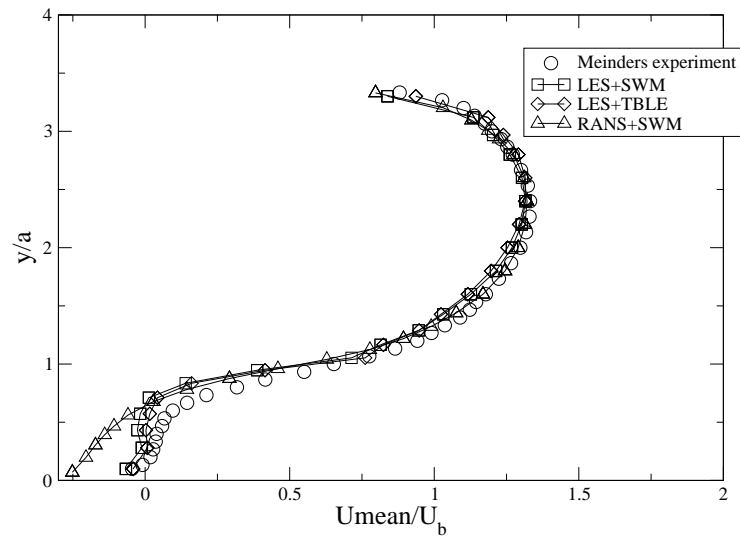


FIG. 7.11 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S5.

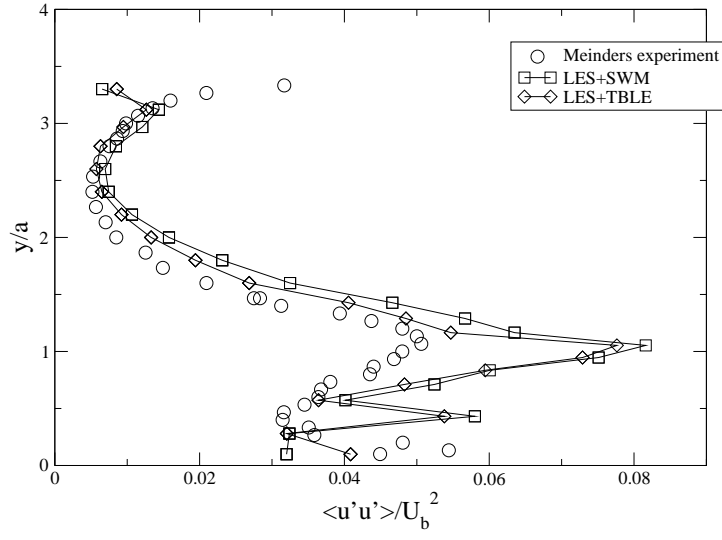


FIG. 7.12 – Tensions de Reynolds longitudinales pour la sonde S1.

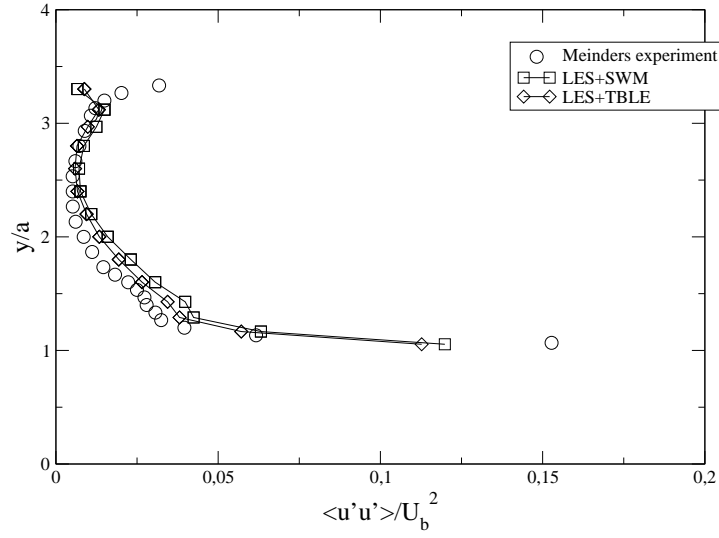


FIG. 7.13 – Tensions de Reynolds longitudinales pour la sonde S2.

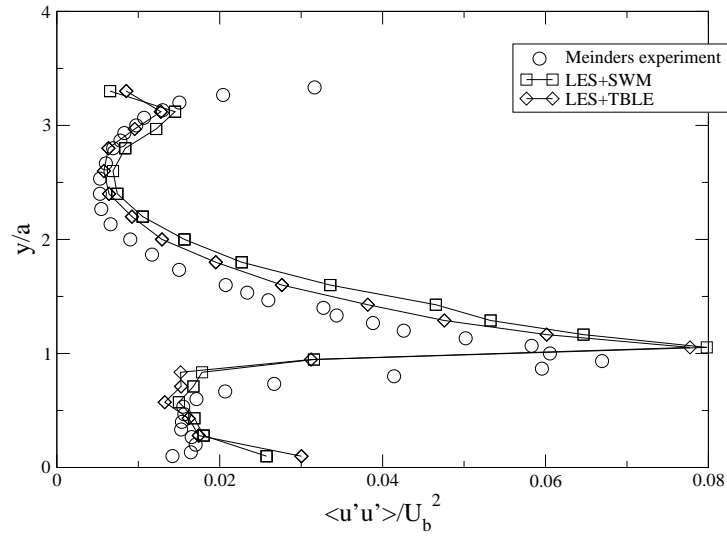


FIG. 7.14 – Tensions de Reynolds longitudinales pour la sonde S3.

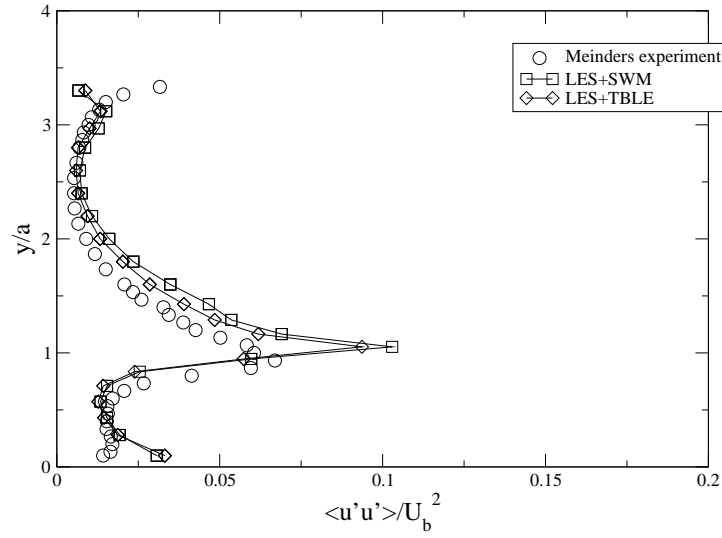


FIG. 7.15 – Tensions de Reynolds longitudinales pour la sonde S4.

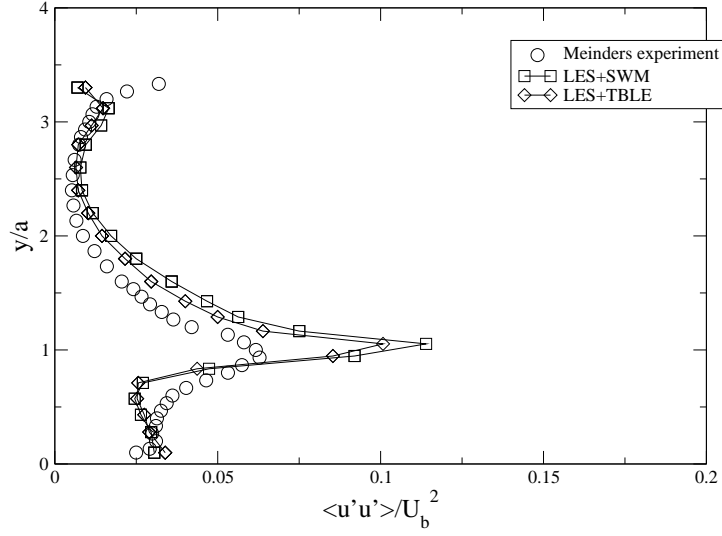


FIG. 7.16 – Tensions de Reynolds longitudinales pour la sonde S5.

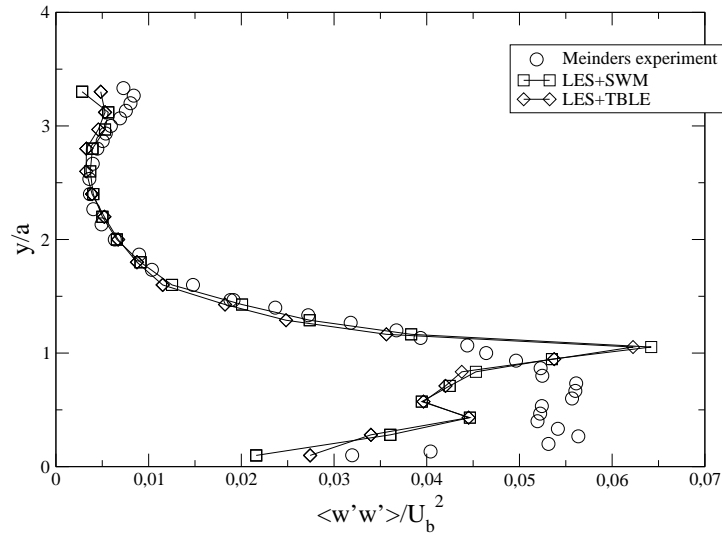


FIG. 7.17 – Tensions de Reynolds transversales pour la sonde S1.

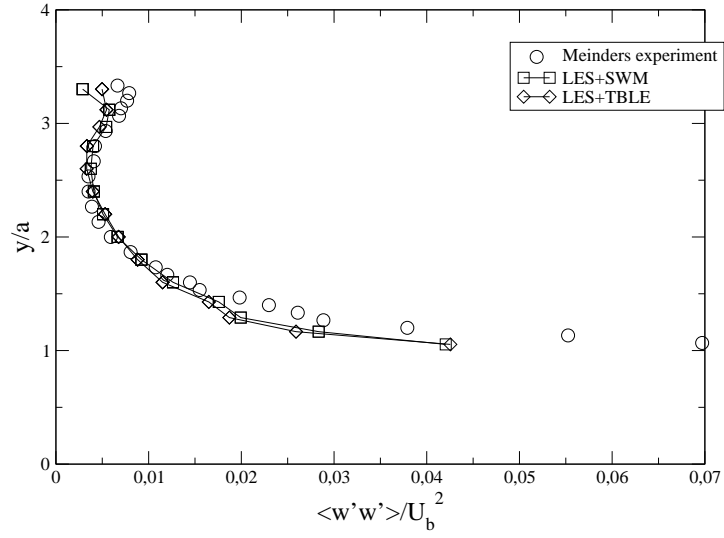


FIG. 7.18 – Tensions de Reynolds transversales pour la sonde S2.

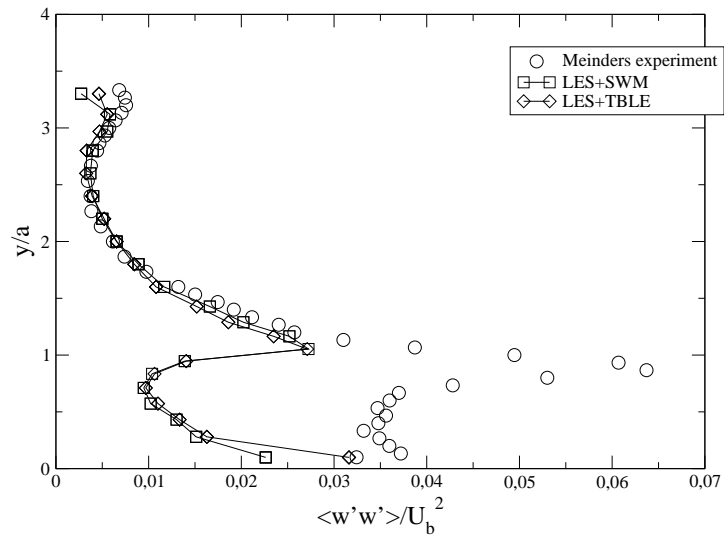


FIG. 7.19 – Tensions de Reynolds transversales pour la sonde S3.

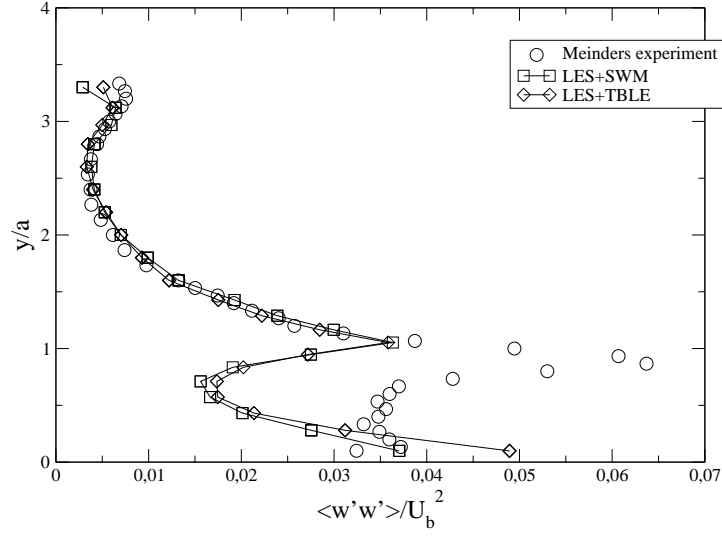


FIG. 7.20 – Tensions de Reynolds transversales pour la sonde S4.

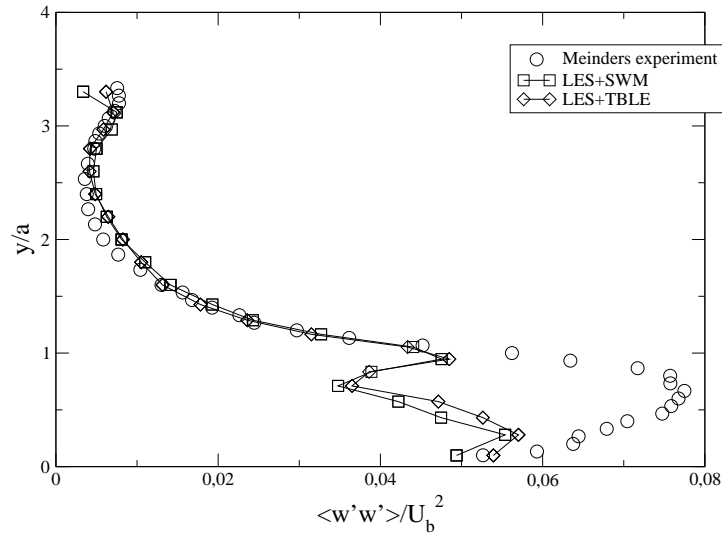


FIG. 7.21 – Tensions de Reynolds transversales pour la sonde S5.

### 7.3.2 Résultats pour le maillage M11 à $Re_\tau = 1400$

Afin de vérifier que les faibles différences entre les modèles SWM et TBLE ne sont pas dues à un maillage trop fin où le maillage TBLE aurait une influence négligeable sur la couche limite turbulente (sous-couche visqueuse, zone tampon), nous avons également réalisé des calculs pour le maillage M11 à  $Re_\tau = 1400$  pour lequel le premier noeud de calcul est clairement dans une zone où les effets de l'agitation turbulente sont prépondérants par rapport aux effets visqueux. En comparaison des résultats analysés auparavant, nous examinerons les profils moyens sont exposés de la Fig. 7.22 à Fig. 7.26 et les tensions de Reynolds longitudinales de la Fig. 7.27 à Fig. 7.31. Puisque nous ne disposons pas de données expérimentales à ce nombre de Reynolds, nous comparerons les différentes modélisations entre elles tout en s'appuyant sur la physique de l'écoulement évoquée dans le paragraphe précédent.

Les désaccords entre les profils moyens RANS et LES sont légèrement accentués par rapport au maillage M10. Les résultats des deux LES restent également très proches. Quant aux tensions de Reynolds longitudinales, elles sont très similaires pour les deux LES avec modèles de paroi. Ceci montre bien que malgré un maillage plus grossier, donc plus adapté à l'utilisation des modèles de paroi, cette configuration d'écoulement ne permet pas de départager clairement les modèles TBLE et SWM.

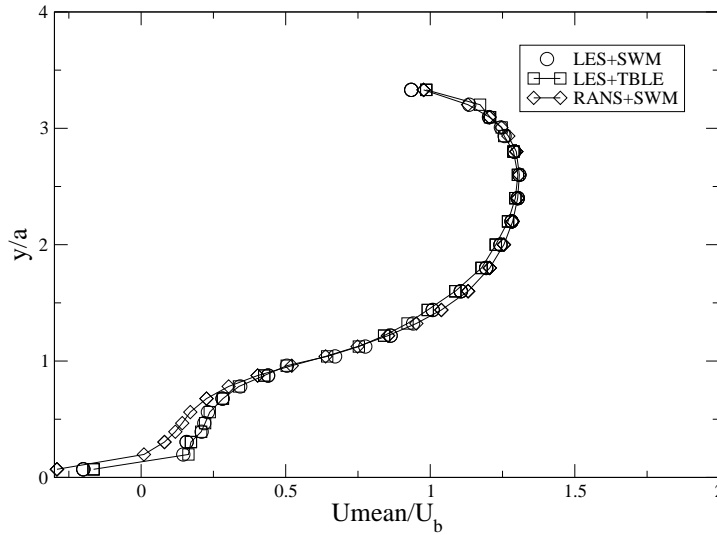


FIG. 7.22 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S1.

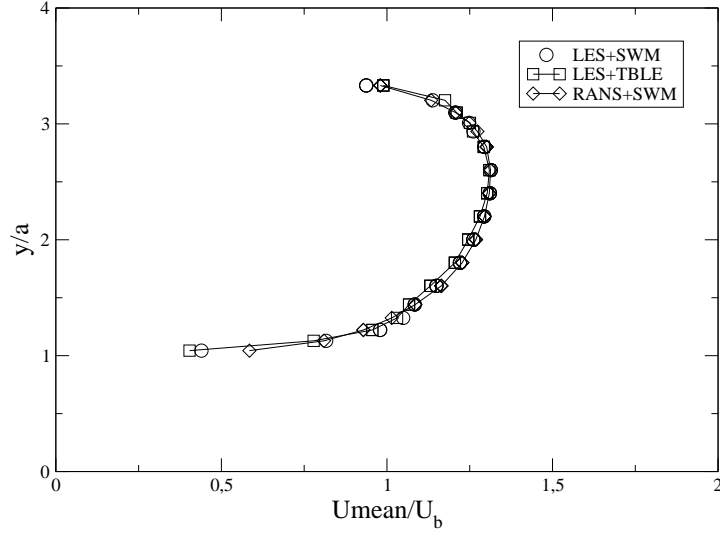


FIG. 7.23 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S2.

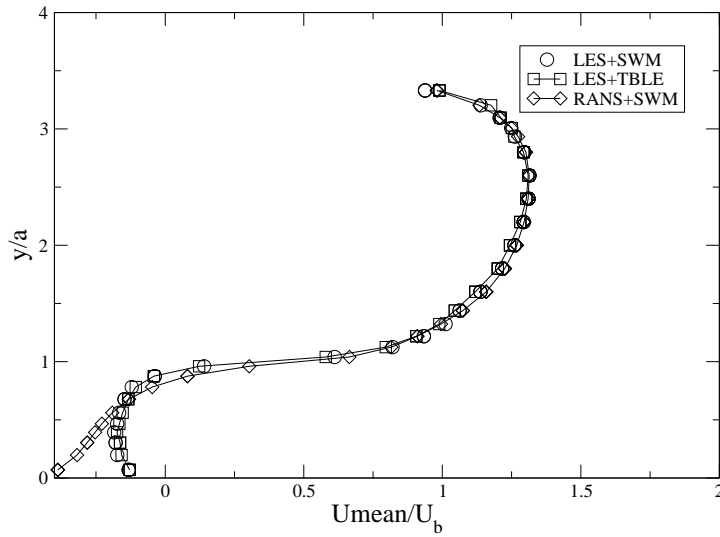


FIG. 7.24 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S3.



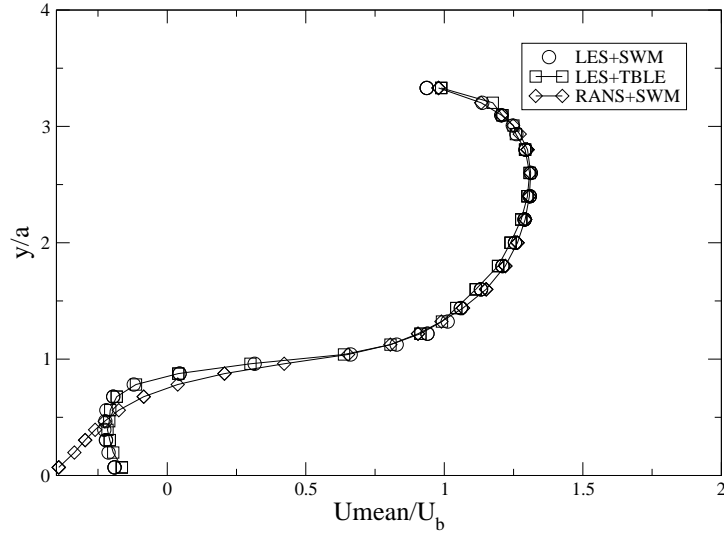


FIG. 7.25 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S4.

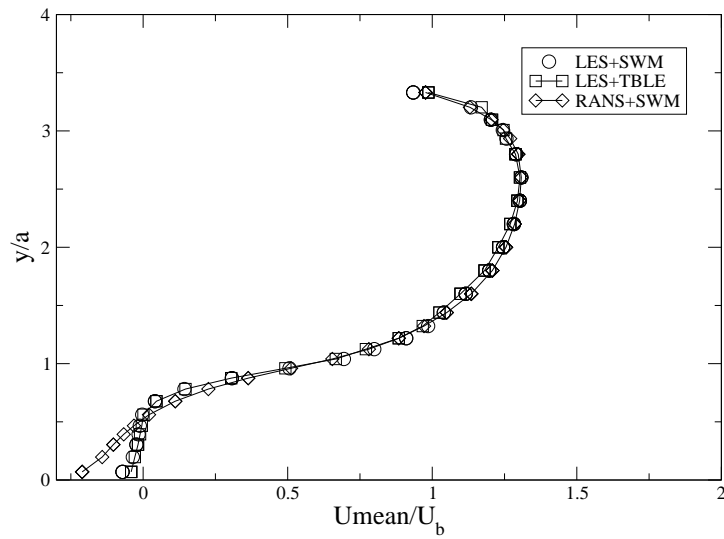


FIG. 7.26 – Profils moyens de la vitesse longitudinale pour la sonde S5.

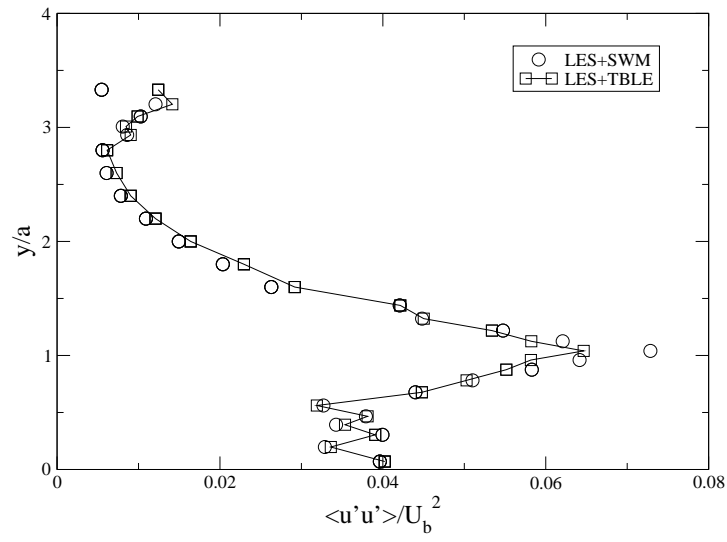


FIG. 7.27 – Tensions de Reynolds longitudinale pour la sonde S1.

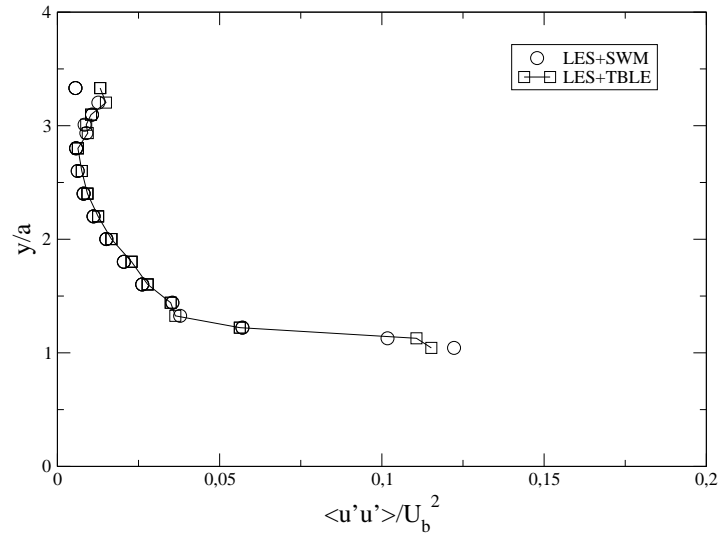


FIG. 7.28 – Tensions de Reynolds longitudinale pour la sonde S2.

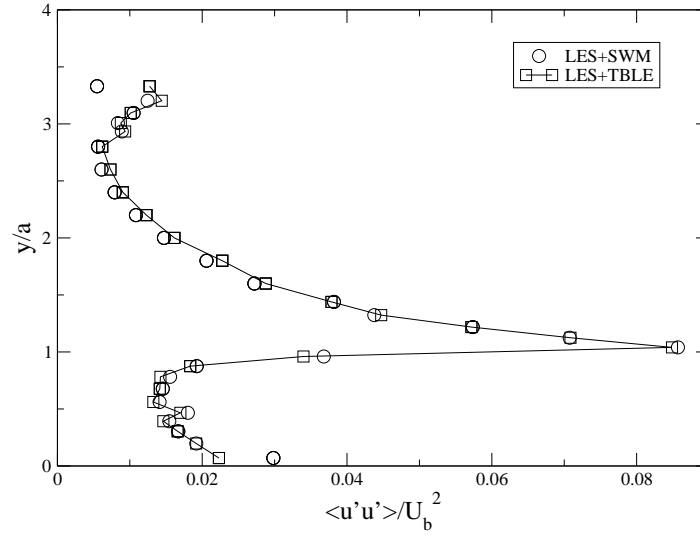


FIG. 7.29 – Tensions de Reynolds longitudinale pour la sonde S3.

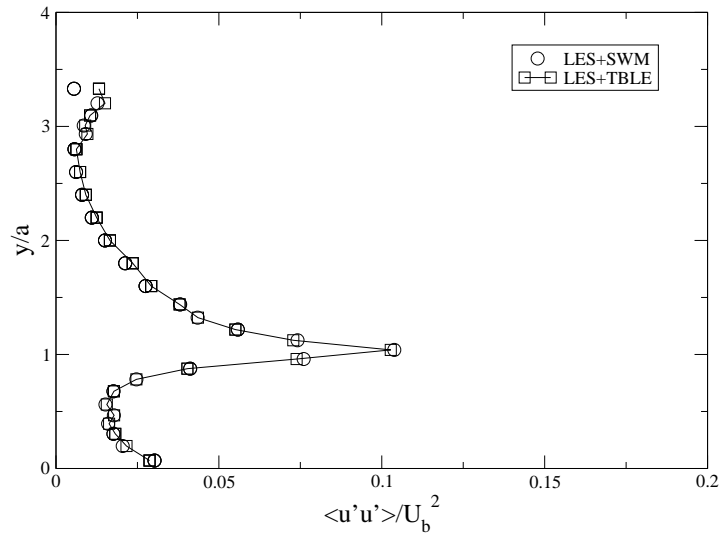


FIG. 7.30 – Tensions de Reynolds longitudinale pour la sonde S4.

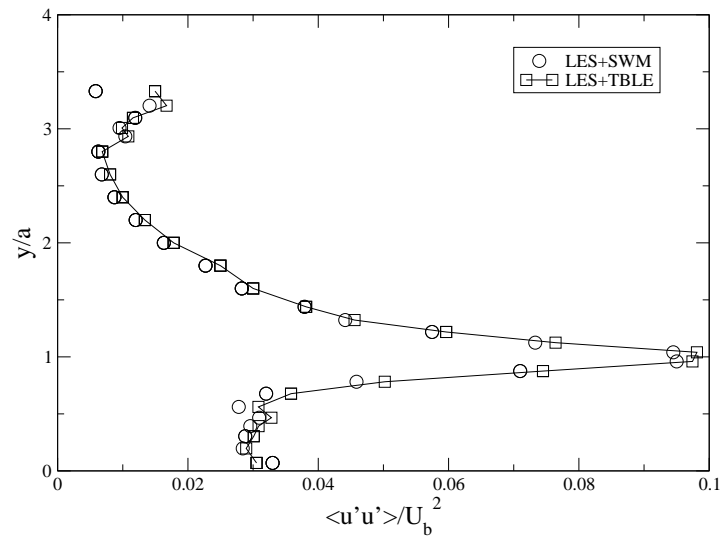


FIG. 7.31 – Tensions de Reynolds longitudinale pour la sonde S5.

## 7.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué des calculs RANS avec une loi de paroi standard et LES avec soit ce dernier modèle de paroi soit le modèle de paroi TBLE, dans une configuration d'écoulement pariétal dans une matrice d'obstacles cubiques. Le premier constat est qu'il est préférable, pour ce genre de configuration décollée et étant donné la résolution de maillage utilisée, de réaliser un calcul LES avec des modèles de paroi plutôt que d'utiliser une méthode RANS de type  $k-\epsilon$  standard. En effet, ce dernier modèle donnent de mauvaises prédictions au niveau du point d'impact en amont de l'obstacle et dans la zone de recirculation en aval.

Les tensions de Reynolds ont été assez mal évaluées dans le cas de la LES avec modèle de paroi. Ce résultat est comparable aux résultats de Schmidt et Thiele [125] qui ont effectué des calculs DES sur ce genre de configuration, et qui arrivent à la conclusion qu'il est nécessaire de raffiner le maillage dans la zone  $y/a < 1$  afin de capturer correctement le tourbillon en fer-à-cheval en amont du cube et la structure en arche proche de la face arrière du cube. Bien que le modèle TBLE semble être légèrement plus sensible aux fluctuations pour la maille la plus proche de la paroi, il reste délicat de départager les modèles de paroi SWM et TBLE. Quatre causes peuvent parvenir à stériliser l'apport de TBLE : la taille de maille excessive dans la zone  $y/a < 1$ , la présence de "mailles aveugles" dans les coins et les arrêtes du cube qui ne profitent pas de la modélisation de paroi, puis, si le gradient de pression dans les directions longitudinale et transversale varie selon la normale à la paroi, TBLE n'est pas en mesure de reproduire ce phénomène, et enfin la forme non adapté de la viscosité turbulente dans la zone TBLE.

Nous allons maintenant, nous intéresser à une méthode de couplage RANS/LES en tentant de préserver le frottement et le profil moyen dans un contexte de maillage très grossier.

## Chapitre 8

# Couplage RANS/LES avec une approche basée sur un terme de forçage

### 8.1 Introduction et motivations

Etant donné les nombres de Reynolds des écoulements thermo-hydrauliques présents dans les réacteurs nucléaires, les résolutions de maillage nécessaires à une simulation des grandes échelles, même à l'aide de modèles de paroi, restent hors de portée sans dégradation du résultat comme il a été montré au chapitre 5. Dans ce dernier, il a également été retenu que les simulations RANS n'étaient pas affectées par cette résolution grossière des maillages. Fort de ce constat, émerge l'idée selon laquelle le champ moyen d'une simulation des grandes échelles peut être corrigé par le champ statistique obtenu par une simulation RANS. Cette dernière peut être envisagée comme préliminaire ou simultanée à la LES. Inspiré par les travaux de Schlüter et al. [122] ou ceux de Sergent [127], la correction du champ moyen de la LES s'opère par l'intermédiaire d'un terme de forçage. Ainsi, ce dernier permettrait d'assurer à la LES un champ moyen aussi correct que le champ statistique RANS, tout en profitant de la prise en compte de l'instationnarité de l'écoulement capturée par la LES. C'est pourquoi, il est primordial que le terme de forçage n'affecte pas (ou le moins possible) les fluctuations des champs instationnaires de l'écoulement.

Nous présentons dans ce chapitre, les travaux sur ce terme de forçage qui ont été l'occasion de la rédaction de deux articles durant cette thèse. Nous commencerons dans un premier paragraphe, à résumer chacun de ces articles. Ensuite, après l'inclusion de ces derniers, nous concluons sur les résultats obtenus avec le terme de forçage.

### 8.2 Résumé de l'article 2 : Couplage RANS/LES appliqué à l'équation de conservation de la quantité de mouvement

Afin de réduire le coût numérique de la LES, de nombreuses techniques de couplage RANS/LES ont été élaborées. Il a été montré par Nikitin et al. [106] que les méthodes de couplage RANS/LES basées sur une approche de type RANS en zone proche paroi et

LES ailleurs ne parviennent pas toujours à fournir un champ moyen et un coefficient de frottement correct dans des cas où la résolution de maillage était trop grossière. Le présent article a pour objectif de présenter une approche originale pour assurer que le frottement et le champ moyen soient conformes à une consigne donnée qui peut être une simulation RANS. Dans notre étude, nous considérons une configuration de canal plan bi-périodique.

Dans un premier temps, les défauts de la LES en maillage grossier sont mis en évidence. L'erreur sur l'évaluation du frottement augmente alors avec la taille des mailles. Le profil moyen de vitesse ne respecte pas la loi logarithmique malgré l'utilisation des modèles de paroi, aussi bien de type standard que TBLE. En ce qui concerne les fluctuations, elles présentent un pic d'un niveau anormalement élevé et une localisation trop éloignée de la paroi par rapport à la physique de la turbulence proche paroi.

Le terme de forçage RANS/LES a pour forme :

$$f_i^{rans/les}(x_j, t) = W_i(x_j, t) \frac{u_i^{rans}(x_j, t) - \widetilde{u}_i^{les}(x_j, t)}{\alpha \Delta t} \quad \text{avec} \quad W_i = \frac{u_i^{rans}(x_j, t)}{\|u^{rans}(x_j, t)\|} \quad (8.1)$$

L'opérateur de filtrage  $\widetilde{(\cdot)}$  est une moyenne spatiale,  $\Delta t$  est le pas de temps,  $u_i^{rans}$  est le champ de vitesse RANS,  $u_i^{les}$  est le champ de vitesse LES et  $\alpha$  est une constante.

Le terme de forçage s'est avéré efficace pour garantir une évaluation du frottement conforme à la corrélation de Dean avec une erreur inférieure à 1 % par rapport au frottement obtenu par la simulation RANS. Le champ moyen de la LES forcée est également amélioré et devient conforme à la loi logarithmique. Les champs fluctuants de la LES forcée sont également améliorés puisque le pic de fluctuations longitudinales est abaissé à un niveau plus proche du niveau physique.

### 8.3 Article 2 : *RANS/LES coupling for unsteady turbulent flow simulation at high Reynolds number on coarse meshes*

*Article à paraître dans **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering** (accepté le 15 Juin 2005)*

Y. Benarafa, O. Cioni, F. Ducros

Laboratoire de Modélisation et Développement Logiciels, DEN/DER/SSTH  
CEA Grenoble, 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 9, France

and P. Sagaut

Laboratoire de Modélisation en Mécanique UMPC-CNRS

4, place Jussieu, Tour 66, case 162, 75252 Paris Cedex 05, France

#### 8.3.1 Introduction

Nowadays, Large Eddy Simulations (LES) arouse an increasing interest for industrial flow simulations which usually concern wall-bounded flows at high Reynolds numbers. Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) computations have been widely used in the past for this kind of flows. However, LES appear as the most promising candidate to predict unsteady phenomena appearing in wall-bounded flows. Nonetheless, usual LES subgrid scale (SGS) models do not take into account anisotropic phenomena which are typical in a turbulent boundary layer. This implies that, in the near-wall region, the mesh should be fine enough for SGS models to compute a correct shear stress. Chapman [35] estimated that the mesh should scale as  $Re^{1.8}$  in the boundary inner layer and as  $Re^{0.4}$  in the boundary outer layer. Thus, wall-bounded flows at high Reynolds numbers require a great mesh refinement near the wall so that, most of the time, their complete numerical description (including the near wall region) remains unaffordable. The strong dependency between the Reynolds number and the grid resolution is outlined by Baggett et al. [12] who consider that in the channel flow case the grid resolution has to scale as  $Re_\tau^2$ <sup>1</sup>. Such a constraint leads to qualify wall-resolved LES as Quasi-Direct Numerical Simulation (QDNS) because the grid used in this case is almost as fine as a DNS. Consequently, high Reynolds number wall-resolved LES appear as far beyond our reach nowadays and even for the next decades given our computational skills. Besides, considering that computer

---

<sup>1</sup> $Re_\tau$  is the friction Reynolds number based on the friction velocity and the channel half-height.



power increases by a factor of 5 every five years, Spalart [130] estimates that, for external aerodynamic purposes, the “readiness date” is approximately 2045 for LES and 2070 for QDNS.

To decrease the LES resolution requirements, some use wall stress models to take into account near-wall dynamics. In that case, the mesh is too coarse to capture the near-wall eddies, so no-slip condition at the wall is replaced by an approximate boundary conditions which consists of a wall shear stress estimation carried out by the wall model. According to Sagaut [118], in a canonical turbulent boundary layer the mesh required for this approach is such that the first grid is located at a distance between 20 and 200 wall units<sup>2</sup> in the normal direction. Moreover, the author estimates that the typical cell dimensions in the streamwise and the spanwise directions should be respectively of 500 and 100 wall units. Nevertheless, when the Reynolds number is quite high, the grid resolution is usually coarser than the one suggested below. In this latter case, streamwise and spanwise cell dimensions (respectively  $\Delta x^+$  and  $\Delta z^+$ ) are about several thousands and normal cell dimension  $\Delta y^+$  is approximately of several hundreds.

Although, the very first wall model, Deardorff model’s [51], focussed on enforcing boundary conditions on second-order derivatives, typical wall models are meant to provide wall shear stress to the diffusive part of LES momentum equations. Quite exhaustive reviews of classical and more sophisticated wall models can be found in [111, 118]. Basically, these wall models can be divided into two categories. The first one concerns wall models based on equilibrium laws such as logarithmic law (Grötzbach model [68]) or power law (Werner and Wengle model [149]). This kind of wall model approach involves at least three issues. First, it provides no informations about the near-wall dynamics between the first LES cell and the wall. Then, equilibrium laws are only valid for attached flows because they cannot take into account an adverse pressure gradient. Finally, given that equilibrium laws are specific to canonical turbulent boundary layer, these wall models cannot be applied to complex geometries.

More evolved wall models belonging to the second category, imply to introduce a fine mesh (most of the time a one-dimensional grid) in the near wall region to model better physical phenomena. The basic idea of these wall models is to compute the near-wall region with simple equations which have a cheap computational cost. Balaras et al. [13] proposed to use simplified turbulent boundary layer equations in a one-dimensional grid embedded between the wall and the first LES node. More details about this wall model are given in section 8.3.2. Nikitin et al. [106] attempted to use a DES (Detached Eddy Simulation) approach as a wall modeling approach. Unfortunately, the skin friction coefficient was underestimated of approximately 15% according to the authors. Piomelli et al. [112] have shown that it was possible to include in this method a backscatter model based on stochastic forcing which could possibly improve the results.

The present study has a double objective : on the one hand, deficiency of LES with usual wall models in very coarse meshes will be underlined, and on the other hand, some attempts to improve coarse mesh computation results will be presented.

In the next section, we will expose the modeling framework of this study. Then, the

---

<sup>2</sup>The wall cartesian coordinates are expressed in wall units :  $(x^+, y^+, z^+) = (\frac{xu_\tau}{\nu}, \frac{yu_\tau}{\nu}, \frac{zu_\tau}{\nu})$  where  $u_\tau$  is the friction velocity defined as the square root of wall shear stress  $\tau_w$  divided by the density  $\rho$ .  $\nu$  is the kinematic viscosity of the fluid.

numerical setup is presented (section 8.3.3). Besides, various results are set out in section 8.3.4. Finally, some conclusions and future work will be unfolded (section 8.3.5).

### 8.3.2 Modeling framework

In this section, we present first the governing equations of this study as well as boundary and initial conditions. Besides, various wall models used in this study will be developed and finally, a RANS/LES coupling forcing term will be introduced.

#### Governing equations, boundary and initial conditions

In this study the flow is incompressible and turbulent so that the mass conservation and the momentum equation can be expressed as follows :

$$\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (8.2)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial (\nu \tilde{S}_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (8.3)$$

$$\text{With } \tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad ; \quad \tau_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j = 2\nu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}$$

The  $\widetilde{(\cdot)}$  operator is a statistic average for a RANS computation or a filter for a LES. Also, for the former case,  $\nu_t$  is the turbulent viscosity provided by the Jones and Launder  $k$ - $\epsilon$  model and in the latter case  $\nu_t$  is the subgrid scale viscosity given by the selective structure function model [89].  $\delta_{ij}$  is the Kronecker coefficient.  $P$  is the pressure.

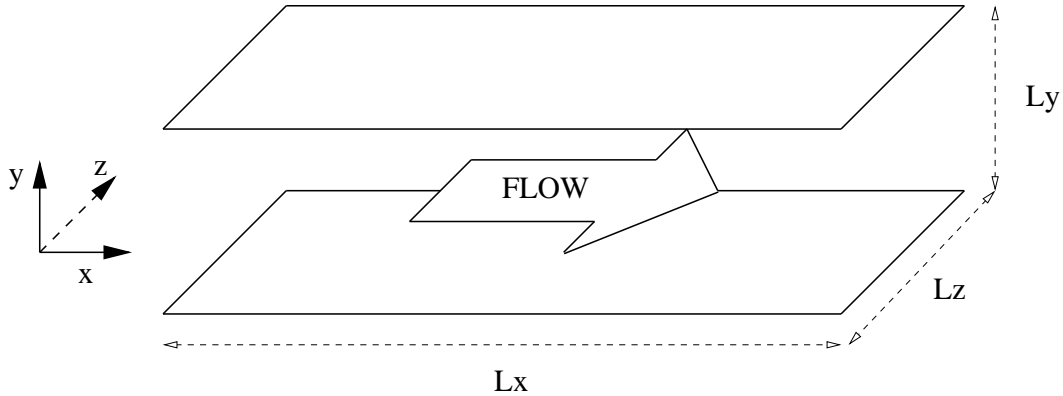


FIG. 8.1 – Geometry of the plane channel flow.

The flow configuration studied in this paper is a turbulent time-evolving plane channel flow. Actually in this situation, the flow is evolving between two plane walls (normal or y-direction) and boundary conditions are periodical in homogeneous directions (streamwise or x-direction and spanwise or z-direction). To deal with pressure loss induced by the friction effects and to ensure mass flow rate in the channel, a source term is added to

the momentum equations at each time steps. In this study, the forcing term used to keep constant the mass flow rate was (see [117] for more details) :

$$f^{n+1} = f^n + \frac{2(Q^0 - Q^n) - (Q^0 - Q^{n-1})}{\Delta t S} \quad (8.4)$$

$f^n$  is the forcing term value at instant  $n$ ,  $Q^n$  is the mass flow rate at instant  $n$ ,  $\Delta t$  is the current time step and  $S$  is the streamwise plane channel section. On the walls a no-slip condition was applied.

As for initial conditions, a parabolic Poiseuille flow with a blank noise on all three velocity components is imposed. The blank noise is applied only to have a transition to turbulence.

To impose a certain friction Reynolds number  $Re_\tau$  to the flow, we used the Dean's correlation [50] which implies the following relation :

$$Re_\tau = 0.123 Re_c^{7/8} \quad (8.5)$$

$Re_c$  is the Reynolds number based on the centerline velocity, the half-height of the channel and the fluid kinematic viscosity. Moreover, it has to be noted that this correlation is only valid for a friction Reynolds number lying between 350 and  $2 \cdot 10^4$  (see [50]).

## Wall models

### *Standard wall model*

In this study, we used a Grötzsch-like wall model that we call the standard wall model (SWM). The friction velocity  $u_\tau$  computation is ensured by a frozen coefficient method applied to well-known laws of the wall such as :

$$U^+ = y^+ \quad ; \quad \text{if } y^+ < 5 \quad (\text{Viscous sublayer}) \quad (8.6)$$

$$U^+ = \int_0^{y^+} \frac{2 d\alpha}{1 + \sqrt{1 + 4 lm_+^2(\alpha)}} \quad ; \quad \text{if } 5 < y^+ < 30 \quad (\text{Buffer layer}) \quad (8.7)$$

$$\text{with } lm_+(\alpha) = \kappa \alpha^+ \left(1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{26}\right)\right)$$

$$U^+ = \frac{1}{\chi} \ln(y^+) + A \quad ; \quad \text{if } y^+ > 30 \quad (\text{Logarithmic layer}) \quad (8.8)$$

$U^+$  stands for the velocity at the first node reduced by  $u_\tau$  and  $y^+$  is the normal coordinate expressed in wall units. In the logarithmic layer,  $\chi$  is the Von Karman constant ( $\chi = 0.415$ ) and  $A$  is another constant equal to 5.32 in our study. The buffer layer is included between the viscous sublayer and the logarithmic layer and a linking function is applied in this region. Once the friction velocity is computed, wall shear stress is deduced from the friction velocity and it is given the same orientation as the first node velocity.

### **TBLE Wall model**

Given that the “two-layer” model or the TBLE (Thin Boundary Layer Equation) wall model is more sophisticated, it could possibly provide a better wall shear stress than the standard wall model in coarse mesh cases.

**Principle.** In the TBLE wall-model, the wall shear stress is evaluated by employing boundary layer equations applied in a one-dimensional fine (possibly non-uniform) grid in the near-wall region.

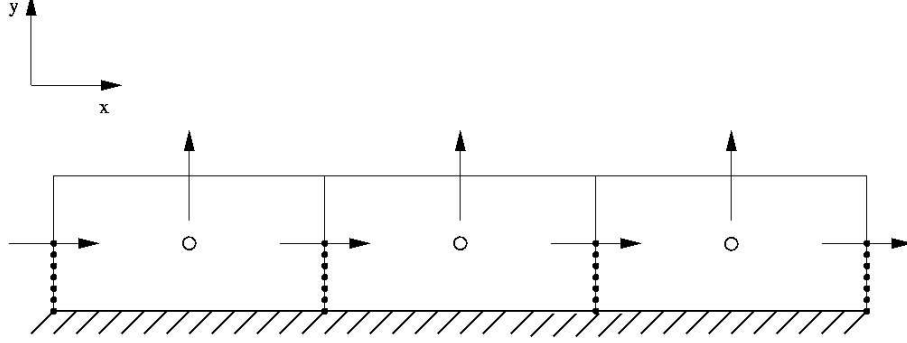


FIG. 8.2 – One-dimensional TBLE mesh

Equations to solve for  $i = 1, 3$  in the fine TBLE grid :

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( a \frac{\partial u_i}{\partial x_2} \right) + F_i = 0 \quad (8.9)$$

$$F = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \quad (8.10)$$

$$a = \nu + \nu_t = \nu + D_{vd}(\kappa y_w)^2 \|S\| \quad (8.11)$$

$$\text{With } \|S\| = (2S_{kl}S_{kl})^{1/2} \quad \text{and} \quad S_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (8.12)$$

$$D_{vd} = 1 - \exp \left( - \left( \frac{y_w^+}{25} \right)^3 \right) \quad (\text{Van Driest damping function}) \quad (8.13)$$

The previous unknowns are nor RANS averaged neither filtered given that the TBLE mesh is one-dimensional. The pressure gradient  $\frac{\partial P}{\partial x_i}$  is assumed constant in the fine mesh and it is equal to one of the outer mesh first node.  $a$  is the total viscosity and the turbulent viscosity  $\nu_t$  is estimated thanks to a mixing length model with a damping function  $D_{vd}$ .  $y_w$  is the distance to the wall.

The first node LES velocity and a no-slip condition at the wall constitute the TBLE fine mesh boundary conditions. The velocity fields  $u_1$  and  $u_3$  in the TBLE fine mesh are computed so that the wall shear stress components  $\tau_{w1}$  and  $\tau_{w3}$  are then conveyed to the LES mesh. The fine mesh normal velocity is often computed thanks to the mass conservation :

$$u_2 = - \int_0^{y_n} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1}(x_1, \alpha, x_3) + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}(x_3, \alpha, x_3) \right) d\alpha \quad (8.14)$$

The key of the low computational cost of the TBLE resolution relies on the assumption that the pressure gradient is uniform in the fine mesh. Thus, there is no need to solve a Poisson equation to obtain the pressure field in the TBLE mesh.

**Literature survey.** Balaras et al. [13] were the first to suggest the above described TBLE approach. The authors investigated the effect of this wall model for several attached flow configurations such as plane channel, square duct and rotating channel. They obtained quite good results for friction Reynolds number ranging from 200 to 2000.

The TBLE wall model was also tested for separated flows such as the backward facing step [28, 30, 54] and an asymmetric trailing edge [147]. The previous authors tried to connect the outer mesh (LES) and the inner mesh (TBLE) not only with the velocity but also with the turbulent viscosity and they obtained better results for separated flows. Diurno et al. [54] imposed the matching of the total shear stress but, according to the authors, it causes numerical instabilities.

Moreover, the turbulent viscosity is not modeled the same way in all these studies. Balaras et al. have chosen [13] a classical mixing-length formulation (see (A.3)). Cabot [27, 28] used a mixing-length model based on the friction velocity and a different damping function :

$$\nu_t = \kappa y_w u_\tau D_c \quad \text{and} \quad D_c = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y_w^+}{A^+}\right) \right]^2 \quad (8.15)$$

$A^+$  is equal to 17 or 19 depending on the study.

Given that algebraic models are quite inefficient for separated flows, two other ways to compute the turbulent viscosity in the TBLE mesh have been investigated so far. Diurno et al. [54] used the Spalart-Allmaras model [132] in the TBLE mesh and they obtained quite good results for the backward facing step. As for Wang and Moin [147], they proposed to use a dynamic value for  $\kappa$ . This is performed in matching the subgrid scale viscosity and the mixing-length turbulent viscosity at the interface between the outer and the inner grid :

$$\kappa = \frac{\langle \nu_{sgs} \rangle_{st}}{y_w u_\tau D_c} \quad (8.16)$$

The  $\langle (\cdot) \rangle_{st}$  operator performs average in the spanwise direction and over the previous time steps.

### Enforcing LES statistic average on RANS results

As a completely different approach than the previous one, we choose to investigate a particular RANS/LES coupling method to improve the results in coarse grids. After a brief review of similar attempts, the RANS/LES coupling approach used in this study will be exposed.

#### *Various previous attempts*

Sergent [127] presented a so called “tangential” RANS/LES coupling method relying on the introduction of a forcing term in the momentum equation. It consists in applying, where a RANS region is overlapping a LES region a body force  $f_{RANS/LES}$  on the LES equation :

$$f_{RANS/LES} = \beta \frac{U_{RANS} - \langle U \rangle_{LES}}{T} \quad (8.17)$$

Sergent used this method in a plane channel flow, thus the forcing term was applied only on the first velocity component  $U$ .  $T$  is a time scale,  $\beta$  is a coefficient depending on the

position in the computational domain and  $\langle(.)\rangle$  is a spatial average. Thanks to equation (8.17), LES velocity profile is forced to tend to the RANS profile.

Schlüter et al. [119, 121] investigated a similar approach using a virtual body force to generate outflow boundary conditions inside a gas turbine engine configuration. This body force  $f_i$  is added to the right hand side of the momentum equations and it is applied in an overlapping region between a RANS region and a LES zone :

$$f_i = \frac{1}{\tau_f} (u_i^{RANS} - \widetilde{u}_i^{LES}) \quad (8.18)$$

The i-subscript corresponds to the velocity component and  $\tau_f$  is the forcing time scale which was initially defined by the authors as the forcing region length divided by the bulk velocity. Schlüter and his co-authors also noted that this time scale definition should be considered as an upper limit. They put three versions of operator  $\widetilde{(.)}$  to test. The first one is the instantaneous velocity so that the body force damped almost completely the resolved turbulent fluctuations. Secondly, the  $\widetilde{(.)}$  operator was an overall time averaging which avoids the fluctuations damping but it does not allow unsteadiness for mean velocity field. Finally, they tested an averaging over a trailing window. In this latter case, we can understand that a right choice of a time averaging period  $\delta t$  is crucial because on the one hand,  $\delta t$  should be long enough so that  $\widetilde{(.)}$  could be considered as a statistical average, on the other hand,  $\delta t$  should be short enough to allow unsteadiness for mean velocity field.

#### ***Our forcing term formulation***

Following this latter approach, we forced the LES mean velocity field on the entire computational domain. The following body force  $f_i^{rans/les}$  is added to the momentum equation :

$$f_i^{rans/les} = W_i \frac{u_i^{rans} - \widetilde{u}_i^{les}}{\alpha \Delta t} \quad \text{with} \quad W_i = \frac{u_i^{rans}}{\|u^{rans}\|} \quad (8.19)$$

$W_i$  is a weight function so that the forcing term adapts to the velocity component.  $u_i^{rans}$  is the i-component of the RANS velocity field and  $\|u^{rans}\|$  is its local norm. Given that our test configuration is a periodical plane channel flow, the periodical directions are homogeneous. Thus, we choose to perform a spatial average (streamwise and spanwise) with the  $\widetilde{(.)}$  operator.  $\alpha$  is a relaxation parameter.

When the plane channel flow is fully developed, the averaged LES velocity field matches RANS velocity field. The turbulent fluctuations resolved by the forced LES are not damped unless the  $\widetilde{(.)}$  operator is comparable to the statistic average of the RANS field. Actually, a precursor RANS computation determine the RANS velocity field and a following forced large-eddy simulation provide turbulent fluctuations. In the following, the RANS/LES coupling forcing term will be called RFT.

### **8.3.3 Numerical Setup**

#### **General background**

All the computations of this study were achieved with the TRIO\_U code developed at CEA (French Atomic Center) Grenoble. This object oriented software, relying on finite volume methods applied not only to structured but also unstructured grids, is mainly

meant to handle LES for thermal-hydraulics problems encountered in the Nuclear industry (more details about the implementation of this code can be found in reference [31]) and also for more fundamental studies [40]. It is able to deal with incompressible and low Mach number approximations.

Our study will focus on calculations carried out in structured (and staggered) grids where the unknowns are the velocity and the pressure fields. The discrete form of the incompressible Navier-Stokes equation is solved using a projection method. Given that the grid sizes considered in this study were low, we chose to solve the Poisson's equation by using a Cholesky direct method which alleviates the computational cost but tends to increase the need of memory if the mesh is too large.

Both time integration and spatial discretization schemes were common to all computations. First, time advancement was ensured by a 3rd order Runge-Kutta explicit scheme. Then, we used a centered 2nd order scheme for convection and diffusion terms of the momentum equations.

### TBLE Numerical methods

Given that we focus on attached flows in this work, we chose a simpler TBLE variant than the one set out before. The F-term of equation (A.1) is only constituted by the pressure gradient and the other derivatives are neglected. A similar approach was used in [147]. First, we solve equation (A.1) with a fully implicit method. Now, equation (A.1) is non-linear, therefore its resolution is iterated until we obtain wall shear stress convergence. Unfortunately, we discovered some oscillations of the solution during the resolution, which were delaying the convergence, when the F-term and the velocity at the interface are signed differently. To damp this phenomenon we tried to average in time the total viscosity ( $a$  averaging) or the velocity fields of the inner mesh ( $v$  averaging) or friction velocity fields ( $fv$  averaging). The time average was performed as follows :

$$\phi^{n'} = \frac{1}{2}(\phi^n + \phi^{n-1}) \quad (8.20)$$

$\phi$  is some variable and  $n$  is the current time step. We first averaged separately the total viscosity ( $a$  averaging) and the velocity ( $v$  averaging). Then, we averaged simultaneously the total viscosity and the friction velocity ( $a + fv$  averaging), or the total viscosity and the velocity ( $a + v$  averaging). For all these averages, the friction velocity error  $E(u_\tau)$  was plotted (figure 8.3) during the computation of a single cell where an arbitrary strong negative pressure gradient ( $F = -100$ ) and a positive velocity at the interface ( $U_N = 10$ ). The friction velocity error  $E(u_\tau)$  is computed as follows :

$$E(u_\tau) = \frac{|u_\tau^{p+1} - u_\tau^p|}{|u_\tau^p|} \quad (8.21)$$

where  $u_\tau^{p+1}$  is the friction velocity computed at the present iteration and  $u_\tau^p$  is the one at the previous iteration.

In figure 8.3, we performed several computations for the various averaging set out before deciding that the convergence is reached when  $E(u_\tau) < 10^{-5}$ . We can notice that the various averaging procedures are quite efficient in damping the oscillation effects. In order

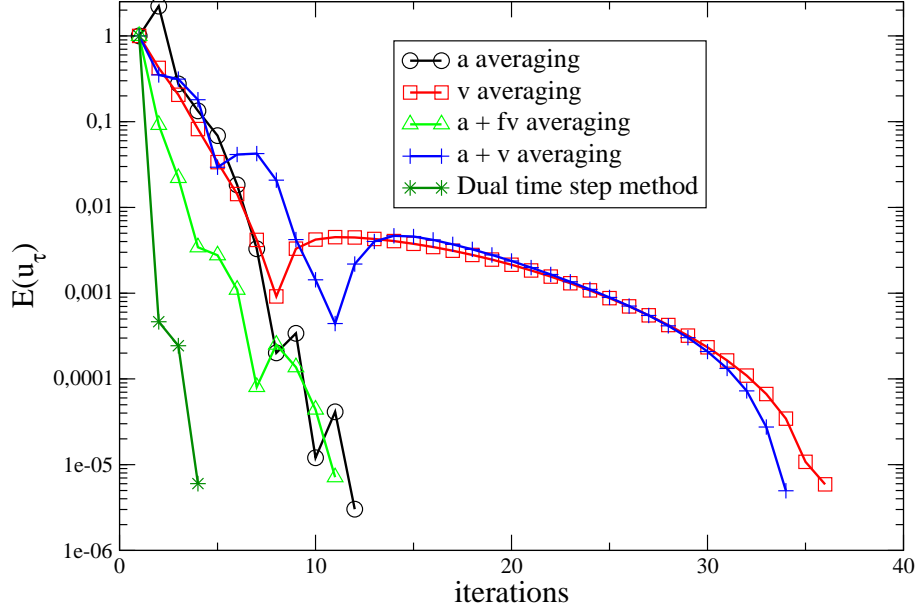


FIG. 8.3 – Convergence of TBLE computation on a single cell with  $F = -100$  and  $U_N = 10$

to avoid excessive damping, in addition to averaging techniques, we also investigated a technique denoted the dual time stepping. Actually, a dual time step method is introduced in equation (A.1) so that the new equation is :

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( a^p \frac{\partial u_i^{p+1}}{\partial x_2} \right) + F_i = \frac{u_i^{p+1} - u_i^n}{\Delta t_{LES}} \quad (8.22)$$

where  $u_i^n$  is the velocity field in the TBLE mesh at the previous LES time step whereas  $u_i^{p+1}$  is the same velocity field at the present iteration in the convergence process of the TBLE wall model.

Figure 8.3 shows quite well that the convergence of equation (8.22) is far more efficient than equation (A.1). However, it must be specified that equations (8.22) and (A.1) provide a different solution given that the time derivative in (8.22) does not tend to zero during the convergence. Actually, this latter is obtained only for the dual time step and not by the real time step. The dual time step method can be justified by the fact that the boundary condition at the interface changes from LES time integration to another with the time step  $\Delta t_{LES}$ . Finally, in order to compute the TBLE grid, given its convergence efficiency and the fact that it takes account for the unsteadiness of the upper boundary condition of TBLE, the dual time step method was preferred to the other methods.

### 8.3.4 Results and discussion

After a brief description of the various test cases of this study, the main drawbacks of LES+SWM computations are highlighted. Then, we analyze the results of the two chosen solutions (TBLE wall model and RFT) for moderate and high Reynolds numbers.



### Test cases description

In this paragraph, test cases performed for this study will be described. All computations (see table 8.1) have the same number of grid cells ( $32 \times 32 \times 32$ ) and the same mesh size ( $L_x, L_y, L_z$ ) =  $(2\pi, 2, \pi)$ . Even if the RANS computations may make use of coarser grids (especially in the streamwise and spanwise homogeneous directions), the forcing term (8.34) is, for the moment, implemented so that LES and RANS must have the same computational mesh. An interpolation technique is now under development to apply formulation (8.34) to different grids. Concerning the TBLE inner mesh, it contains 19 nodes in T1-case and 11 nodes in the other T-cases. To obtain a first node at  $y^+ < 1$  for the inner mesh, the inner stretching ratio  $q_i$  is equal to 1 in the first case and equal to 1.332 in the other T-cases. After several tests, the RANS/LES relaxation parameter  $\alpha$  was set to 5 for all R-cases.

The calculations have been carried out for friction Reynolds numbers from 590 to 20000 in order to evaluate improvements caused by the two alternatives proposed in this paper, say, the TBLE wall model and RANS/LES coupling through a forcing term (RFT).

To be aware of the coarseness of the grids, table 8.2 can be considered.  $\Delta y_{fc}^+$  is the size (in wall units) of the first cell in the normal direction.  $q_y$  is the stretching ratio applied to the cells in the normal direction.

The flow has been simulated during 150 channel passing through. To obtain statistic averaging of the velocity, a spatial and temporal averaging is performed during the second half of the simulation when the turbulent flow is fully developed. This provides the mean profiles shown in the following subsections.

Targeted $Re_\tau$	590	4 000	10 000	20 000
$k - \epsilon + SWM$	$\times$	$K2$	$K3$	$K4$
$LES + SWM$	$\times$	$S2$	$S3$	$S4$
$LES + TBLE$	$T1$	$T2$	$T3$	$T4$
$RANS/LES + SWM$	$R1$	$R2$	$R3$	$R4$

TAB. 8.1 – Various calculation cases classified by the modeling framework and the targeted friction Reynolds number.

	$\Delta x^+$	$\Delta y_{fc}^+$	$\Delta z^+$	$q_y$
$T1, R1$	116	37	58	1
$K2, S2, T2, R2$	785	100	393	1.029
$K3, S3, T3, R3$	1963	100	982	1.138
$K4, S4, T4, R4$	3926	100	1963	1.216

TAB. 8.2 – Mesh arrangements (the mesh size has been expressed in wall units with targeted friction Reynolds number).

### Coarse mesh results with SWM

In this subsection, we will focus on the drawbacks of the LES with standard wall model (LES+SWM). First, the mean profiles and the streamwise velocity fluctuations will be considered and then the friction velocity discrepancies between the LES+SWM and the  $k-\epsilon$  with standard wall model ( $k-\epsilon$ +SWM) will be exposed. To compare fairly these results, we put the first velocity node at a distance of  $y^+ = 100$  to the wall for each test-case.

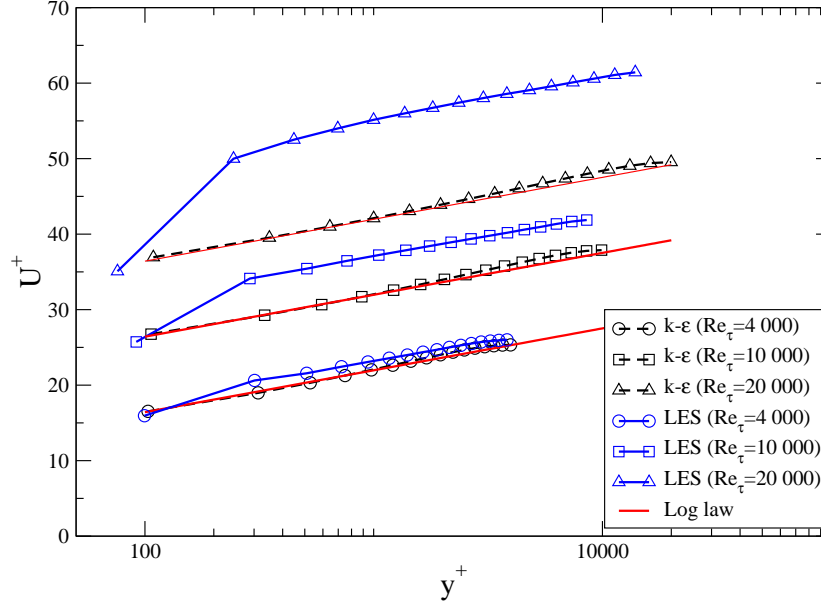


FIG. 8.4 – Reduced mean velocity profiles for various friction Reynolds numbers. To distinguish the plots, the results for  $Re_\tau = 10^4$  and  $Re_\tau = 2 \cdot 10^4$  have been vertically translated of ten units from their just below friction Reynolds number.

In figure 8.4, we can notice some discrepancies between LES+SWM and  $k-\epsilon$ +SWM calculations when the Reynolds number is increasing.  $k-\epsilon$ +SWM mean velocity profiles match well the loglaw profile for any friction Reynolds number. LES profiles present the same slope as the log law from the second node, just as if it was in agreement with an other loglaw with a different A-constant present in formula (8.31). This additive constant should be higher than the loglaw one. Baggett [11] have shown that this additive constant increases linearly with the friction Reynolds number when the mesh is too coarse. This also indicates that these discrepancies are due to unsteady phenomena that are not correctly simulated in the LES+SWM case.

With regard to the streamwise RMS velocity fluctuation profiles (figure 8.5), we can distinguish two different points. First, the fluctuation maximum is located at a distance overly large from the wall ( $y^+ \simeq 300$ ) whereas it should be located in the buffer layer at a distance of 15 wall units from the wall according to [118]. Secondly, the level of the fluctuation peak is unphysically large when the Reynolds number becomes very high ( $Re_\tau = 10^4$  and  $Re_\tau = 2 \cdot 10^4$ ).

As suggested by Baggett [11], this unphysical turbulence could be caused by the ge-

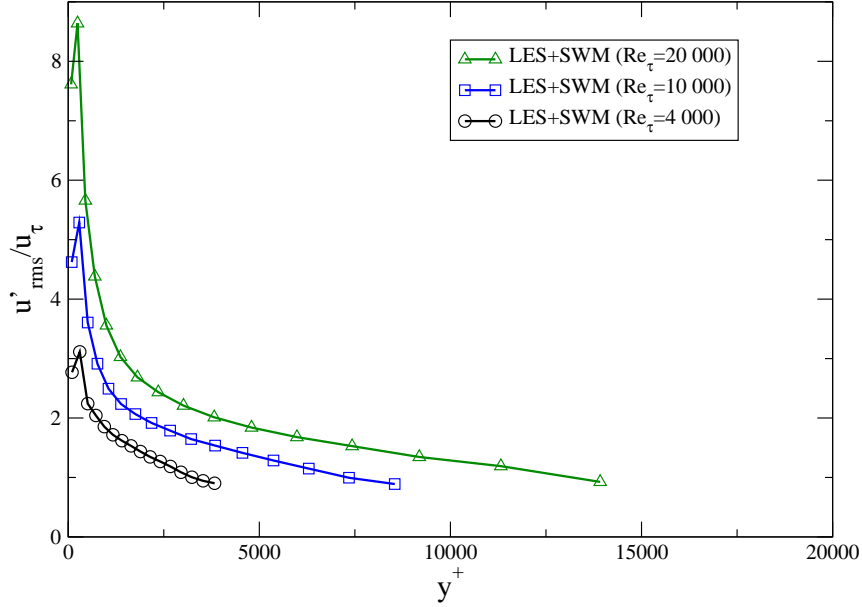


FIG. 8.5 – Reduced streamwise RMS velocity fluctuation profiles for various friction Reynolds numbers.

neration of artificial streaks which size is only ruled by the near-wall mesh arrangement. These “super streaks” are creating an abnormally large buffer layer which could explain the wrong location of the peak of fluctuations and the gap between the mean velocity profile and the log law profile. Jimenez and Pinelli [76] pointed out the fact that the development of this artificial boundary layer is self-sustaining which is due to autonomous cycle created by the mean shear.

Such spurious results drive us to consider more sophisticated wall models such as the TBLE wall model or RFT approach. We present the results of these two methods first at moderate then at high Reynolds number.

### Results at moderate friction Reynolds number ( $Re_\tau = 590$ )

As a preliminary study, we choose to test the TBLE wall model and RFT at relatively low Reynolds number ( $Re_\tau = 590$ ) and to compare the results with Moser DNS ones [100]. To study the behavior of the TBLE inner mesh, we added the inner mesh profiles to the outer one (except for the normal component since it is not computed in the inner mesh).

Regarding the TBLE results the mean velocity profiles (figure 8.6) are in very good agreement (for both inner and outer mesh) with the DNS. In fact, even if the inner mesh is coarser (6 nodes and  $q_i = 1.33$ ), the mean results remain completely satisfying. Moreover, we can notice that the continuity of the mean velocity at the interface between the inner and the outer mesh is ensured. However, the continuity of the fluctuations (figures 8.7 and 8.9) is not obtained. Given that a RANS eddy viscosity is implemented to simulate the flow in the inner mesh, it could seem surprising to look for fluctuations in the near wall region. Nonetheless, the upper boundary condition is evolving like the LES of the outer

mesh and we can observe a linear fluctuation profile developing from the wall up to the outer LES fluctuation. As for the other fluctuation profiles (figures 8.8 and 8.9), they are underestimated comparing with the DNS because the meshes are too coarse to capture all the turbulent scales.

RFT mean results are not as satisfying as the LES+TBLE results near the first cell but they are improved near channel center. This could be explained by the fact that the  $k-\epsilon$  model is not very efficient at the vicinity of the wall since the first cell is at  $y^+ = 19$ . RFT fluctuation velocities shows approximately the same behavior as the LES+TBLE in the near-wall region. However, they are overestimated comparing to the DNS. This point will be developed furthermore in the next section.

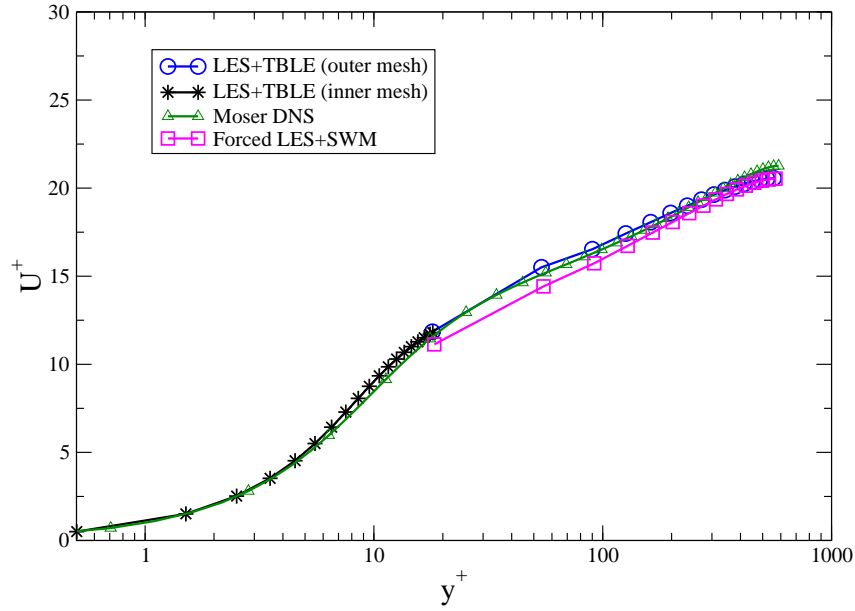


FIG. 8.6 – Reduced mean velocity profiles ( $Re_\tau = 590$ ).

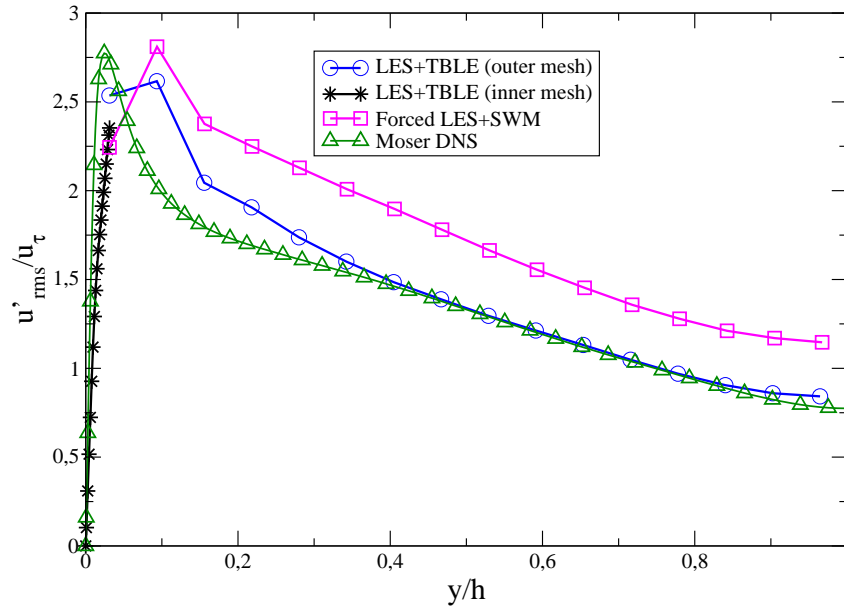


FIG. 8.7 – Streamwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 590$ ).

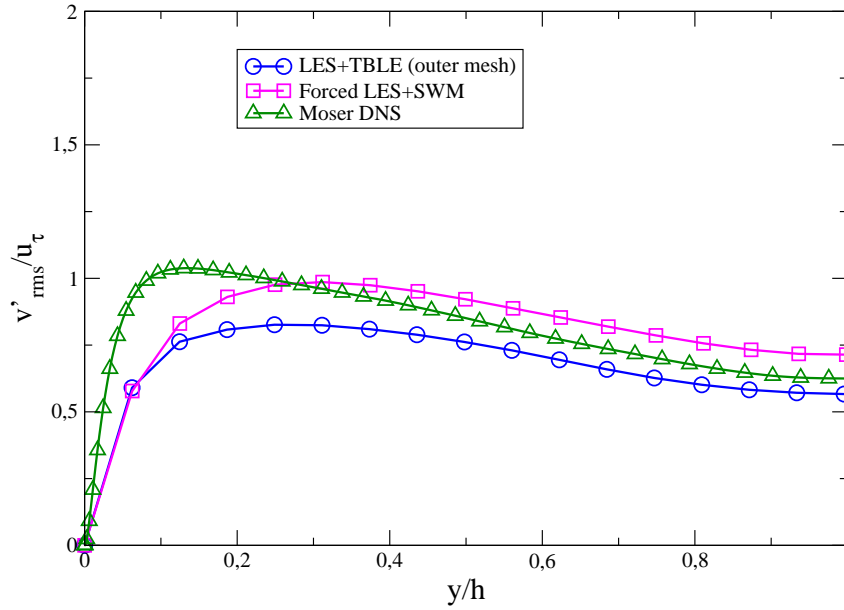


FIG. 8.8 – Normal RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 590$ ).

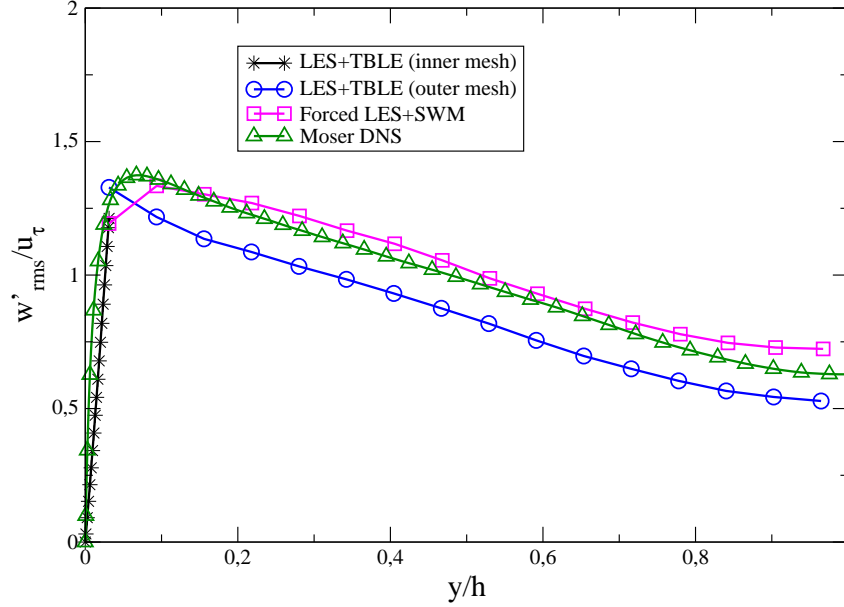


FIG. 8.9 – Spanwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 590$ ).

### Results at high friction Reynolds number

#### *Mean velocity profiles and friction estimation*

In this part, the mean velocity profiles obtained with TBLE wall model and RANS/LES coupling through a forcing term are presented and discussed.

In figure 8.10, we can observe the evolution of the error of the friction velocity estimation compared with the Dean correlation for different grid coarseness ( $\Delta x^+ = 2\Delta z^+$ ) :

$$E_\tau = \frac{|u_\tau^{Dean} - u_\tau^{computed}|}{u_\tau^{Dean}} \quad (8.23)$$

Thus, it can be noticed that the  $E_\tau$  of LES+SWM (S-cases) and LES+TBLE (T-cases) seem to increase linearly up to 30 percent whereas the RFT one is inferior to one unit and is constant.

Observing figures 8.11, 8.12 and 8.13, we can notice that the TBLE wall model improves only modestly the reduced mean velocity profile. Actually, this improvement is due to a better evaluation of the wall shear stress performed by the TBLE wall model but it is still insufficient to correct the spurious behavior described in section 8.3.4. Besides, the fact that TBLE wall model is unable to predict a correct mean velocity profile in a plane channel flow calculation at high Reynolds number has been pointed out by Nicoud already [104].

Furthermore, we can observe the efficiency of the forcing term, for each Reynolds number, since mean velocity profile matches strictly the statistic averaged profile provided by the  $k-\epsilon$  model which satisfies the logarithmic law. Consequently, the forced LES provides both a good wall shear stress estimation and a correct mean velocity profile. Moreover, it must be underlined that RFT was used with SWM. As a consequence, we can conclude

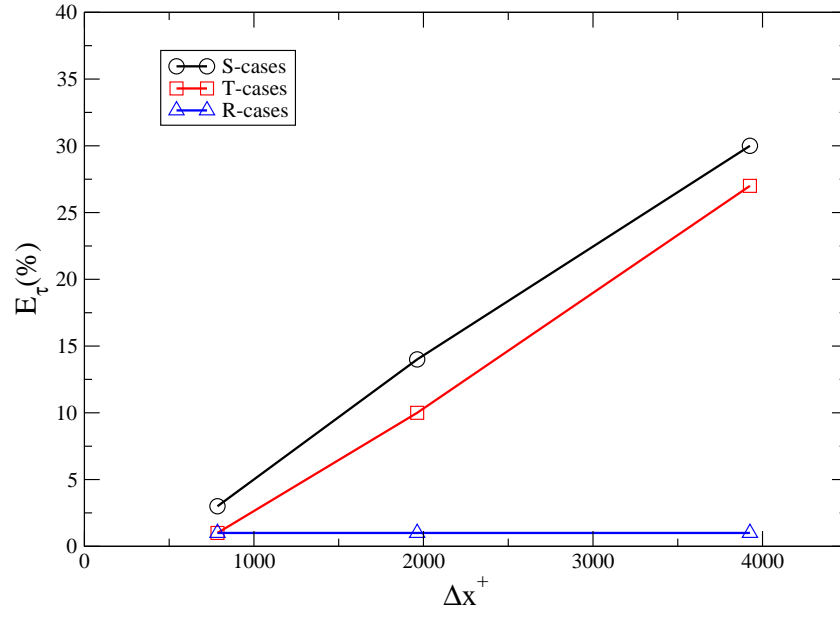


FIG. 8.10 – Error on the friction evaluation relatively to the mesh size.

that if the first node velocity is well evaluated, even the standard wall model can obtain a satisfying wall shear stress.

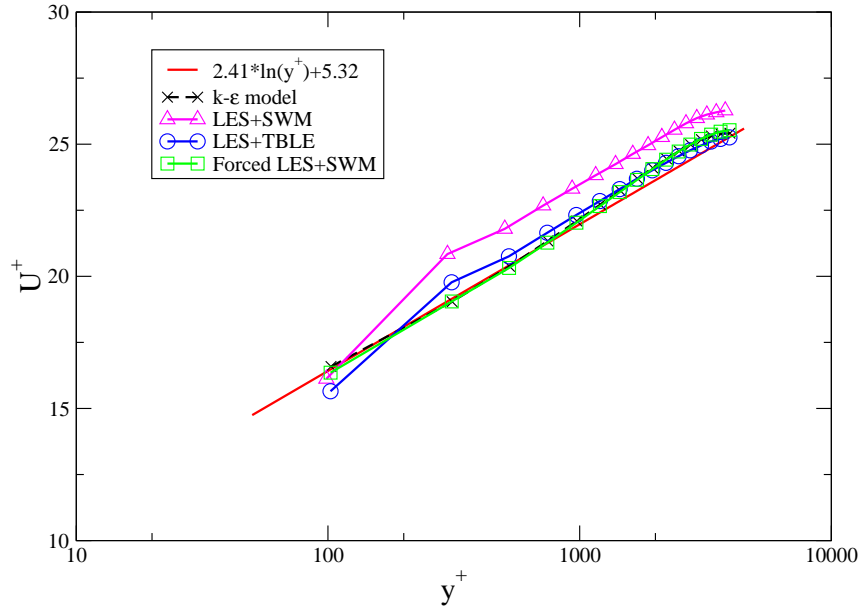


FIG. 8.11 – Reduced mean velocity profiles ( $Re_\tau = 4.10^3$ ).

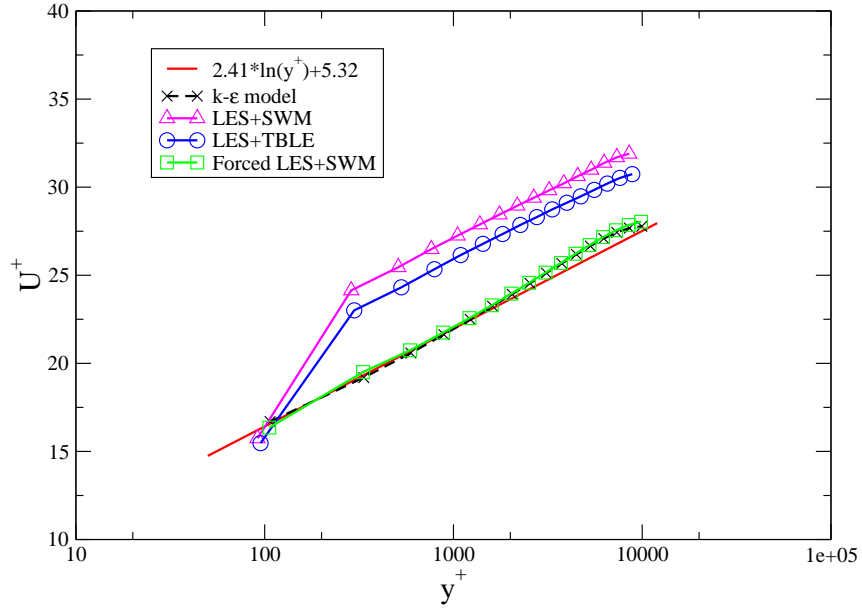


FIG. 8.12 – Reduced mean velocity profiles ( $Re_\tau = 1.10^4$ ).

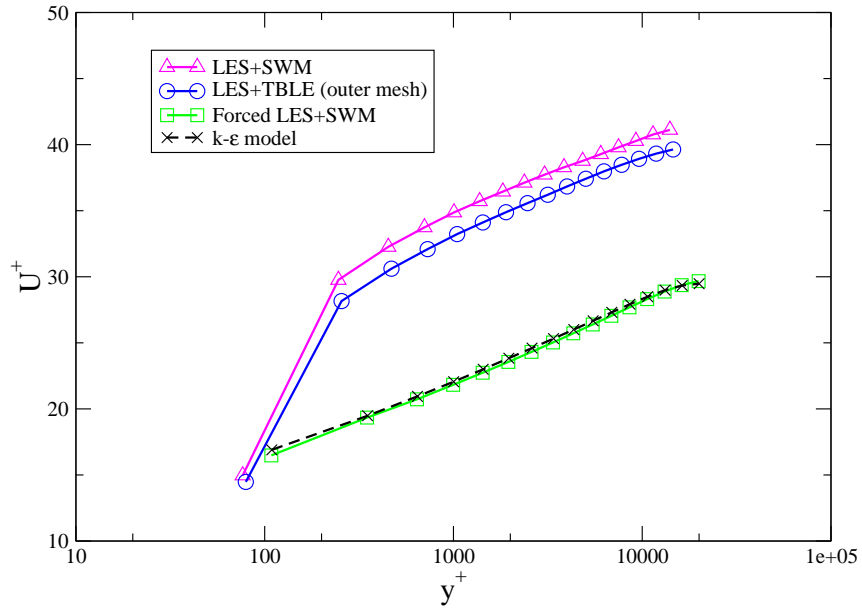


FIG. 8.13 – Reduced mean velocity profiles ( $Re_\tau = 2.10^4$ ).



### ***Velocity fluctuation profiles***

The velocity fluctuation profiles are plotted in figures 8.14 to 8.22. We compared the streamwise fluctuations to Kravchenko fully-resolved LES for  $Re_\tau = 4000$  [84].

First, each streamwise fluctuation shows a maximum which appears at the second velocity computational node. As it was observed in section 8.3.4, this maximum has two characteristics : its location is driven only by the mesh size and its value is abnormally high comparing with theoretical fluctuations maxima. LES+SWM and LES+TBLE have almost the same velocity fluctuation profiles and present the same kind of spurious fluctuations maxima. As for the RFT approach, the maximum of the streamwise fluctuations (figures 8.14, 8.17 and 8.20) is reduced to a more physical value comparing with LES+SWM and LES+TBLE.

Then, the normal velocity fluctuation profiles (figures 8.15, 8.18 and 8.21) present, for LES+SWM and LES+TBLE, a maximum which is about 0.8, whereas the theoretical maximum is a little more than a unit. Globally, normal velocity fluctuation profiles for LES+SWM and LES+TBLE seem to be underestimated which is a typical results for coarse LES grids. However, the RFT results seem to present more reasonable normal fluctuation level.

Finally, concerning the spanwise velocity fluctuation profiles (figures 8.16, 8.19 and 8.22), it is quite difficult to make clear conclusions except to underline that the RFT fluctuations level is globally higher than LES+SWM and LES+TBLE.

After the analysis of the non reduced fluctuations, it appears (especially in figure 8.20) that RFT still improves the fluctuations level. In other words, the better estimation of the fluctuations is not only due to a better wall shear stress evaluation but also due to a better mean profile for the forced LES. Consequently, although RFT simulations are not able to compute a physical peak of fluctuations, the fluctuation profiles seem to be globally improved, especially at very high Reynolds number.

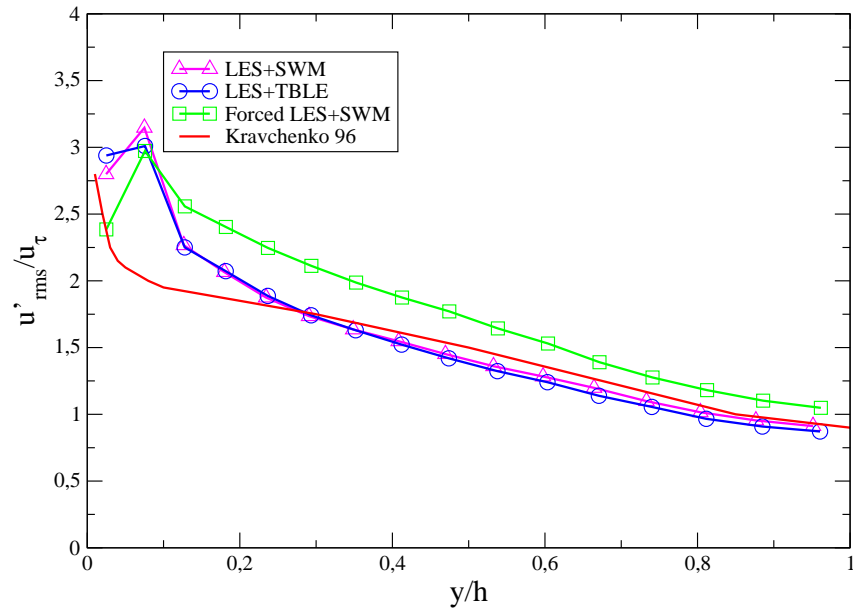


FIG. 8.14 – Streamwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 4.10^3$ ).

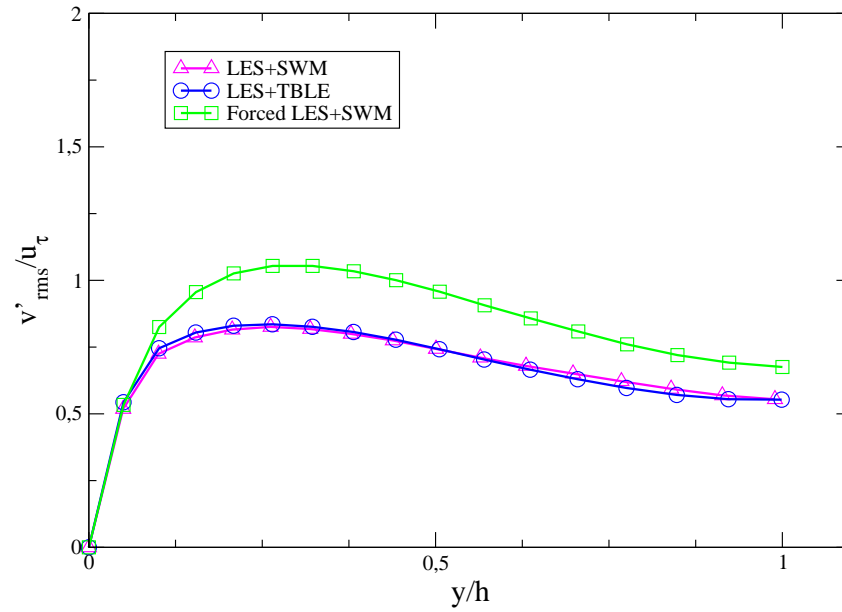


FIG. 8.15 – Normal RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 4.10^3$ ).

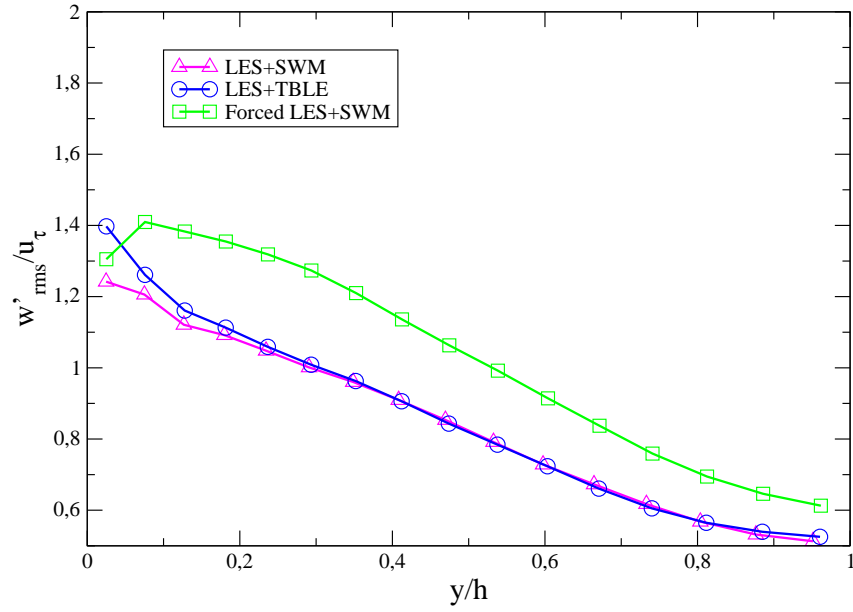


FIG. 8.16 – Spanwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 4.10^3$ ).

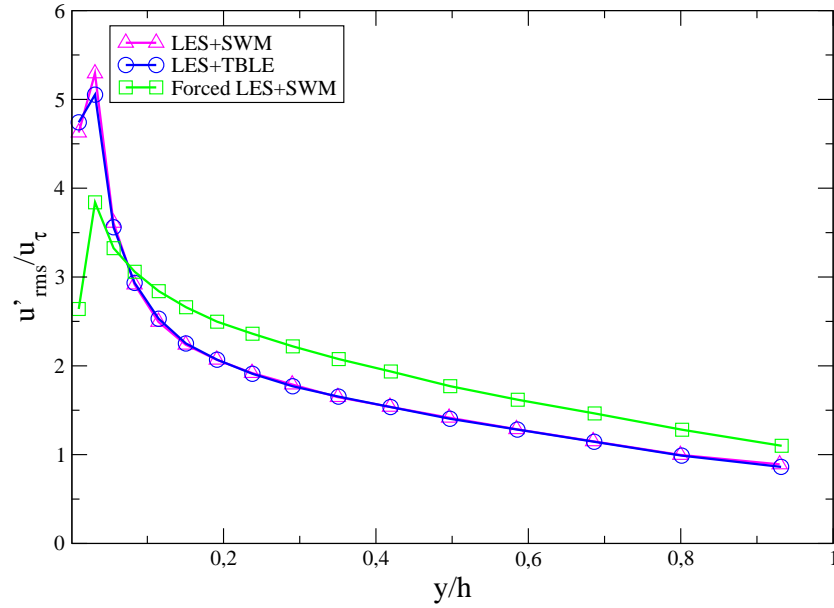


FIG. 8.17 – Streamwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 1.10^4$ ).

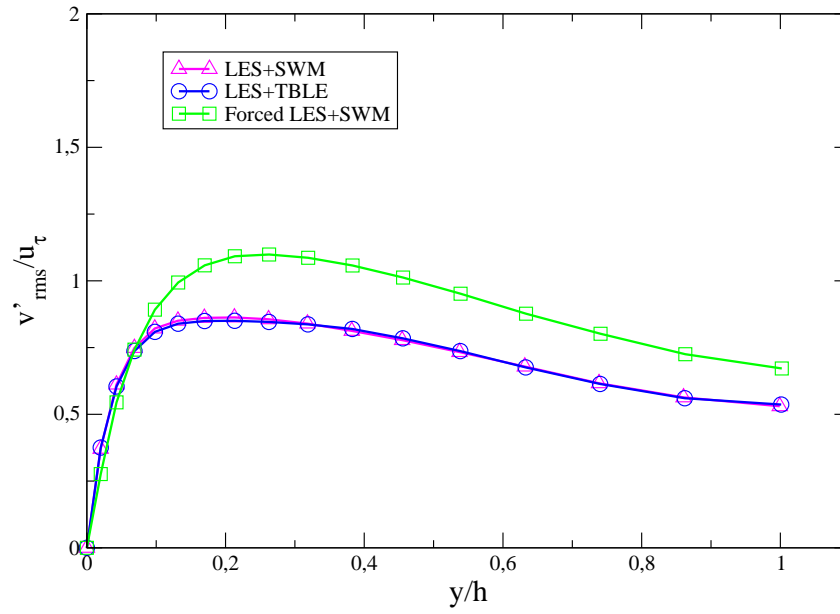


FIG. 8.18 – Normal RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 1.10^4$ ).

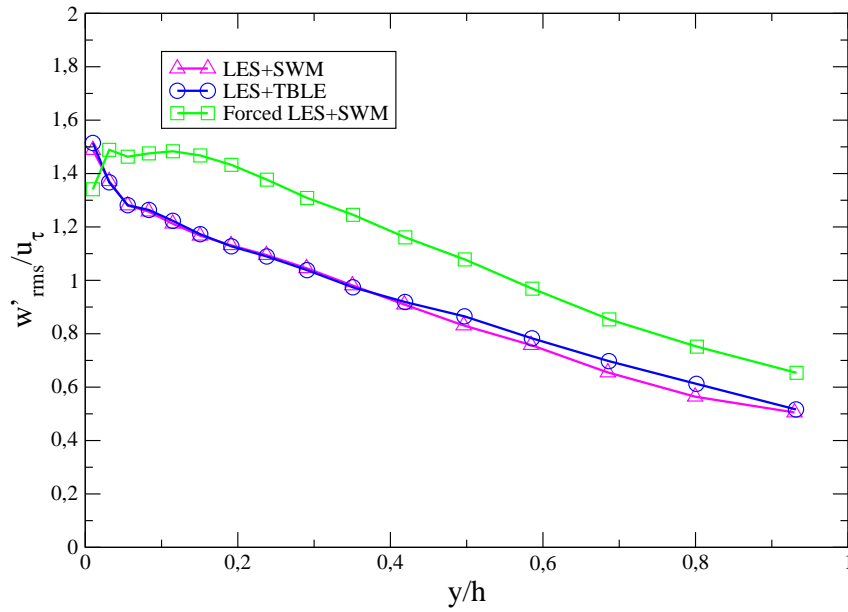


FIG. 8.19 – Spanwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_\tau = 1.10^4$ ).

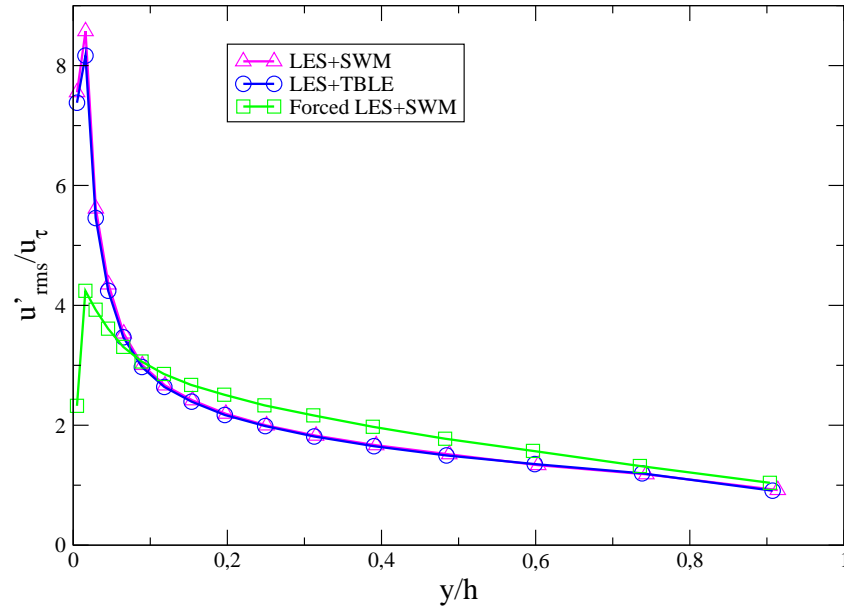


FIG. 8.20 – Streamwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_{\tau} = 2.10^4$ ).

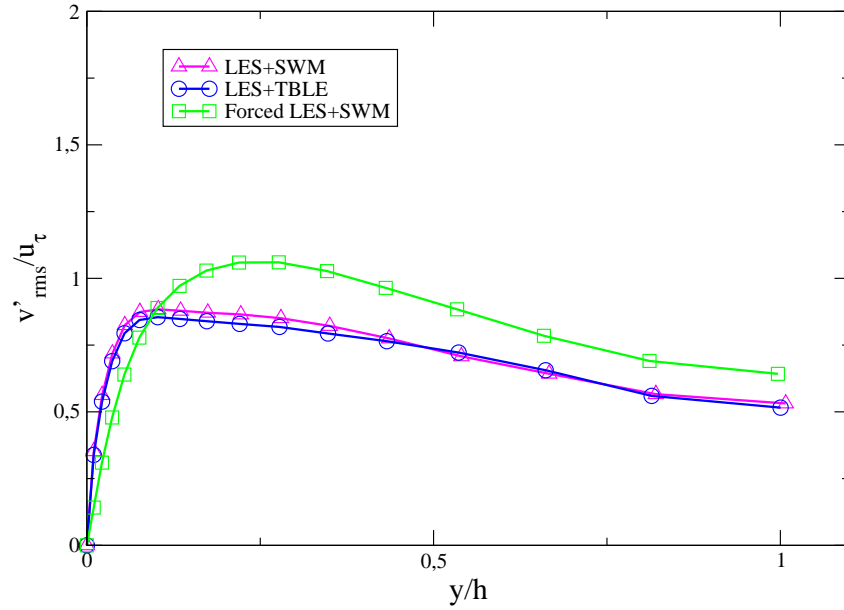


FIG. 8.21 – Normal RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_{\tau} = 2.10^4$ ).

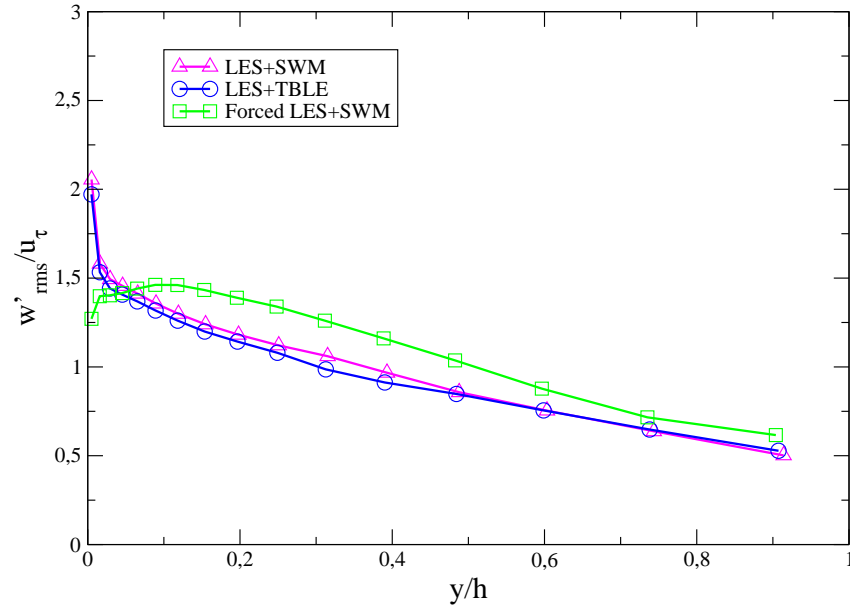


FIG. 8.22 – Spanwise RMS velocity fluctuations profiles ( $Re_{\tau} = 2.10^4$ ).

### 8.3.5 Conclusion and future work

In the first part of this study, we tried to give prominence to the drawbacks of LES+SWM results with very coarse resolution grids. On the one hand, strong discrepancies appear between the mean velocity profile and the log law and the wall shear stress was badly estimated. On the other hand, the streamwise velocity fluctuation created an abnormally large buffer layer implying that the fluctuation maximum is too important and its location is unphysical. These drawbacks are not new and have already been examined in previous works [11, 104, 30].

Then, we suggested two solutions to improve the previous results. The first attempt was to use a more sophisticated wall model (TBLE wall model) which could evaluate better the wall shear stress. The TBLE wall model provides a satisfying mean results even for the inner mesh at moderate Reynolds number and slightly underestimated fluctuations. However, at high Reynolds number, the results were not significantly better than the LES+SWM results. Concerning the RFT results, it seems to force correctly the averaged LES velocity to reach the correct steady RANS velocity field even at high Reynolds number. Besides, it appears that in this approach, the fluctuations are globally improved comparing with LES+SWM and LES+TBLE results, despite the use of very coarse meshes.

Improvements that can be brought to the RFT method are numerous. Notably, if the target velocity field becomes unsteady, the U-RANS simulations and the LES have to be performed simultaneously so that the target field is determined at each time step. Moreover, the average of the filtered field considered in the forcing term should also be a trailing-time average to take into account the unsteadiness of the U-RANS flow.

## 8.4 Résumé de l'article 3 : Extension à la température et influence des différents paramètres du terme de forçage RANS/LES

Ce deuxième article concernant le terme de forçage RANS/LES investigate l'influence de l'opérateur de filtrage  $\widetilde{(\cdot)}$  et l'application du terme de forçage dans une configuration de canal plan avec des parois isothermes et une production de chaleur à l'intérieur du canal. Trois types de filtres ont été testés pour l'opérateur  $\widetilde{(\cdot)}$  appliqué à un champ physique instationnaire  $\phi(x_i, t)$  :

▷ Une *moyenne spatiale* :

$$\widetilde{\phi}(t, x_i) = \int \int_{x,z} \phi(t, x_i) dx dz \quad (8.24)$$

▷ Une *moyenne temporelle* :

$$\widetilde{\phi}(t, x_i) = \int_{t_{init}}^t \phi(\alpha, x_i) d\alpha \quad (8.25)$$

▷ Un *lissage exponentiel simple* (approximation de la moyenne temporelle glissante) :

$$\widetilde{\phi}(t, x_i) = \frac{\Delta t}{\tau} \phi(t, x_i) + \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) \widetilde{\phi}(t - \Delta t, x_i) \quad (8.26)$$

Dans ce dernier filtre, l'échelle de temps  $\tau$  doit être assez longue pour que le filtre soit de même nature que la moyenne statistique induite par la simulation RANS, de sorte que les champs fluctuants de la LES forcée ne soient pas affectés par l'action du terme de forçage. En effet, les résultats obtenus grâce à ce dernier filtre ont montré que l'utilisation d'un temps  $\tau$  trop court réduisait considérablement les champs fluctuants. Quand cette dernière situation est évitée, les trois filtres se comportent de manière similaire et le forçage se déroule correctement.

Lors de cette étude, il a été mis en évidence que le forçage du champ dynamique ne suffisait pas à corriger les défauts champ thermique dans le cas d'une simulation des grandes échelles sur un maillage grossier. De ce fait, un forçage a été effectué sur le champ thermique en addition du forçage du champ dynamique.

Un examen précis des profils de fluctuations a révélé que les champs fluctuants issus de la LES forcée étaient légèrement surestimés. Il a été démontré que ce phénomène n'était pas dû à la moyenne statistique du terme de forçage qui est quasi-nulle une fois que la turbulence de l'écoulement est pleinement développée. En fait, le surplus de turbulence créé par le forçage pourrait être généré par la moment d'ordre deux  $\langle u_i' f_i' \rangle$ .



## 8.5 Article 3 : *RANS/LES coupling using a forcing term approach*

*Article ayant fait l'objet d'une présentation orale à la conférence :*

**Fourth Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena at  
Williamsburg, Virginia, USA, June 27-29, 2005.**

**Younes Benarafa and Frédéric Ducros**

CEA Grenoble  
DEN/DER/SSTH/LMDL  
17, rue des martyrs  
38054 Grenoble cedex 9, France  
younes.benarafa@cea.fr  
frederic.ducros@cea.fr

**Pierre Sagaut**

LMM - UPMC/CNRS  
Boite 162, 4 place Jussieu  
75252 Paris cedex 05, France  
sagaut@lmm.jussieu.fr

### 8.5.1 Introduction

Industrial flow configurations concern most of the time turbulent, wall-bounded and high Reynolds number flows. For instance, the Reynolds number of a nuclear reactor pipe can be about one hundred million. Besides these flows exhibit strong anisotropic, transitional state, thermal effects and require a turbulence modeling as universal as possible. In that sense, Large Eddy Simulation (LES) seems to be a suitable approach to simulate such flows. However, in order to provide reliable results, LES may need a tremendous mesh refinement for the flows considered. If we consider the LES mesh requirements suggested by Baggett [12] and the Dean correlation (assuming that it is suitable for a pipe flow configuration), the mesh requirement for the example above should be in order of one hundred billion of nodes. Such an important constraint is far beyond the reach of the nowadays computational power.

A first attempt to alleviate the computational cost of LES on wall-bounded flows consists in applying (more or less sophisticated) wall models to approximate the no-slip boundary condition. Nevertheless, even with the use of wall models, LES may provide spurious results on very coarse grids, see Nikitin et al. [106], Nicoud et al. [104] or Benarafa et al. [21]. Whereas RANS computations provide affordable and accurate mean results. From this point, the idea is to blend the Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) approach and the LES techniques and to take benefit from the satisfying averaged RANS fields and the unsteadiness of the filtered LES quantities. The blending relies on a forcing term approach.

This study will be exposed in three parts. First, the numerical and the modeling framework will be unfolded. Then, the RANS/LES coupling method will be detailed. Finally, various results will be exposed and analyzed.

### 8.5.2 Numerical setup and modeling framework

#### Governing equations and turbulence modeling

In this study the flow is incompressible and turbulent so that the mass conservation, the momentum filtered equations and the temperature transport equation can be expressed as follows :

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (8.27)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} ((\nu + \nu_t) \bar{S}_{ij}) \quad (8.28)$$

$$\text{with } \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) + Q \quad (8.29)$$

where  $\bar{(\cdot)}$  is a filter for a LES and a statistic average for a RANS computation.  $\nu_t$  is either a subgrid-scale viscosity in the first case or a turbulent viscosity in the second case.  $\nu$  is the molecular viscosity and  $\alpha$  is the thermal diffusivity.  $Q$  is a heat source term to create heat flux in the channel flow.

As for the turbulence models, we used the selective structure function model (for more details about this subgrid-scale model, see Lesieur et al. [89]) for the LES computations and the Jones and Launder k- $\epsilon$  model for the RANS computations. For both cases, the turbulent diffusivity  $\alpha_t$  is determined assuming that the turbulent Prandtl number ( $Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t}$ ) is considered as constant and is equal to 0.9, see Kawamura et al. [79].

The flow configuration considered is well-known (see for example Moin et al. [?] or Abe et al. [2]) and consists in a bi-periodic channel flow developing in the x-direction (see Fig. 8.23). To deal with pressure loss induced by the friction effects and to ensure constant mass flow rate in the channel, a source term is added to the momentum equation (8.28) at each time steps.

The correlation of Dean [50] is used to prescribe a friction Reynolds number  $Re_\tau$  (based on the friction velocity  $u_\tau$ , the half channel height  $h$  and  $\nu$ ) to the flow. It has to be noted that this correlation is only valid for a friction Reynolds number lying between 350 and  $2.10^4$ .

### Numerical setup

All the computations of this study were achieved with the TRIO\_U code. This object oriented code solves equations (8.27) to (8.29) in a mixed finite volume/finite element approach for both structured and unstructured grids. For the present study, structured grids are considered; unknowns are located in a staggered mesh and the discrete form of the equations is solved using a matrix projection scheme which is a derivative of the SOLA method originally developed by Hirt et al. [74] (more details about this projection method are developed in Emonot [55]).

Our study will focus on calculations carried out in structured (and staggered) grids. The divergence free constraint is ensured using a projection method : the Poisson's equation is solved using a Cholesky direct method.

Time advancement was ensured by a 3rd order Runge-Kutta explicit scheme. For the momentum equation (8.28), we use a centered 2nd order scheme for convection and diffusion terms. For the temperature transport equation (8.29), a centered 2nd order scheme and a QUICK scheme, as suggested in Chatelain et al. [40], have been respectively used for the diffusive term and the convective term.

### Wall model approach

As our meshes are very coarse, we used (i) for the velocity, a standard wall model based on the logarithmic law to determine the wall shear stress and (ii) for the temperature, a wall model relying on the Kader law [78] to correctly compute the wall heat flux. These two analytical laws can be expressed as follows :

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\chi} \ln(y^+) + A \quad (8.30)$$

$u_\tau$  is the friction velocity defined as :  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ . Where  $\tau_w$  is the wall shear stress and  $\rho$  is the fluid density. This first formula is called the logarithmic law which is valid from a minimum distance of 30 wall units (one wall unit is equal to the ratio  $\frac{u_\tau}{\nu}$ ) from the wall.  $A$  is a constant equal to 5.3.

$$\frac{T - T_w}{T_\tau} = Pr y^+ e^{-\Gamma} + [2.12 \ln[(1 + y^+)C] + \beta] e^{-1/\Gamma} \quad (8.31)$$

With :

$$\Gamma = \frac{10^{-2}(Pr y^+)^4}{1 + 5Pr^3 y^+} \quad \text{and} \quad C = \frac{1.5(2 - y/h)}{1 + 2(1 - y/h)^2}$$

In the second formula, the temperature is divided by the friction temperature  $T_\tau$  which is defined as :

$$T_\tau = \frac{\alpha}{u_\tau} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w \quad (8.32)$$

### 8.5.3 RANS/LES coupling method

Many coupling methods between RANS and Large-Eddy Simulation are developed but very few concern the use of a forcing term. However, it seems that two independent teams tried that kind of approach at the same time (see Sergent [127] and Schlüter et al. [121]). We hereafter detail some features of Schlüter's paper.

#### *Previous attempt*

Schlüter et al. [121] investigated a similar approach using a virtual body force to generate outflow boundary conditions inside a gas turbine engine configuration. This body force  $f_i$  is added to the right hand side of the momentum equation (8.28) and it is applied in an overlapping region between a RANS region and a LES zone :

$$f_i = \frac{1}{\tau_f} (u_i^{RANS} - \tilde{u}_i^{LES}) \quad (8.33)$$

The  $i$ -subscript corresponds to the velocity component and  $\tau_f$  is the forcing time scale which was initially defined by the authors as the forcing region length divided by the bulk velocity. Schlüter and his co-authors also noted that this time scale definition should be considered as an upper limit. In this latter case, they explain that a right choice of a time averaging period  $\delta t$  is crucial because on the one hand,  $\delta t$  should be long enough so that  $\widetilde{(\cdot)}$  could be considered as a statistical average, on the other hand,  $\delta t$  should be short enough to allow to capture the low frequencies of the mean velocity field. They propose three versions of operator  $\widetilde{(\cdot)}$ . The first one is the instantaneous velocity so that the body force damped almost completely the resolved turbulent fluctuations. Secondly, the  $\widetilde{(\cdot)}$  operator was an overall time averaging which avoids the fluctuations damping but does not allow unsteadiness for mean velocity field. The third one is an averaging over a trailing window.

#### *Present forcing term formulation*

Whereas, Schlüter et al. [121] used a forcing on a limited area of the flow configuration and with a constant time scale  $\tau_f$ , we applied the forcing term on the entire computational domain and at each time steps.

The following body force  $f_i^{rans/les}$  is added to the right hand side of the momentum equation (8.28) :

$$f_i^{rans/les} = W_i \frac{u_i^{rans} - \tilde{u}_i^{les}}{\Delta t} \quad \text{with} \quad W_i = \frac{|u_i^{rans}|}{\|u^{rans}\|} \quad (8.34)$$

$W_i$  is a weight function so that the forcing term adapts to the intensity of the velocity component.  $u_i^{rans}$  is the  $i$ -component of the RANS velocity field and  $\|u^{rans}\|$  is its local norm.  $\Delta t$  is the current time step. Moreover, a similar forcing term can be used for the temperature field :

$$f_T^{rans/les} = \frac{T^{rans} - \tilde{T}^{les}}{\Delta t} \quad (8.35)$$

The major aim of these forcing terms is to make the averaged LES velocity field match RANS velocity field. The turbulent fluctuations resolved by the forced LES are damped unless the  $\widetilde{(\cdot)}$  operator is comparable to the statistic average of the RANS field. We investigate three types of filters applying on the instantaneous  $\phi$  field (velocity or temperature) :

- A spatial (streamwise and spanwise) average (Spatial) :

$$\tilde{\phi}(t, x_i) = \frac{1}{L_x L_z} \int \int_{x,z} \phi(t, x_i) dx dz \quad (8.36)$$

- An overall time average (OTA) :

$$\tilde{\phi}(t, x_i) = \frac{1}{t - t_{init}} \int_{t_{init}}^t \phi(\alpha, x_i) d\alpha \quad (8.37)$$

- The simple exponential smoothing (SES) :

$$\tilde{\phi}(t, x_i) = \frac{\Delta t}{\tau} \phi(t, x_i) + \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) \tilde{\phi}(t - \Delta t, x_i) \quad (8.38)$$

The first filter is limited to the periodic plane channel flow since it requires two homogeneous flow directions. The second filter consists of a time average from the initial time ( $t_{init}$ ) to the present time ( $t$ ). As a third filter, we choose to use an approximation of the trailing time average. Indeed, to perform a significant statistic average over a time period, requires a tremendous memory storage of hundreds or thousands of complete fields, whereas the present filter requires to store only two fields. As the  $\delta t$  parameter used by Schlüter and his co-authors,  $\tau$  is a time period which should be chosen long enough to average the turbulent fluctuations and short enough to render the possible unsteadiness of the mean flow.

#### 8.5.4 Results

All the computations have been performed in a channel flow configuration at friction Reynolds number equal to  $10^4$ , on a coarse mesh since  $(\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+)$  is equal to (2000, from 100 to 625, 1000). For computations with temperature transport, the Prandtl number is set to 0.71. All the profiles shown in this section are expressed in reduced values. The velocity is divided by the friction velocity  $u_\tau$  and temperature is normalized by the friction temperature  $T_\tau$ . All the statistics are computed from an instant when the flow is fully developed and during 80 channel turnovers. Table 8.3 is set to expose the various computations carried out in this study.

First, we will focus on the influence of the forcing term with the OTA filter on the velocity and the temperature fields. Secondly, the influence of each of the three filters used on the forcing term will be investigated. Besides, different values of the time parameter  $\tau$  will be considered for the SES filter. Finally, the forcing term profiles and its influence through the balance stress will be analyzed.

#### Results for the velocity and the temperature field

In this subsection, we will focus on the forcing term results obtained with the OTA filter. As shown in Fig. 8.24, LES computation with a Standard Wall Model (LES+SWM) provides a mean velocity profile which is quite spurious since it does not match the logarithmic law. This typical phenomenon is symptomatic of a LES performed in a too

TAB. 8.3 – Computations performed in this study.

Case	Simulation	Forcing term filter
Case 0	RANS+SWM	×
Case 1	LES+SWM	×
Case 2	Forced LES+SWM	Overall Time Average
Case 3	Forced LES+SWM	Spatial Average
Case 4	Forced LES+SWM	SES $\tau = 16$ turnovers
Case 5	Forced LES+SWM	SES $\tau = 120$ turnovers

TAB. 8.4 – Error on the friction prediction compared with the RANS computation (Case 0).

Case	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
$E(u_\tau)$	+12%	< 1%	< 1%	$\simeq 1\%$	< 1%

coarse grid, see Nikitin et al. [106], Nicoud et al. [104] or Benarafa et al. [21]. However, the RANS (Case 0) and forced LES (Cases from 2 to 5) computations match completely which demonstrates that the forcing term succeeded to impose a correct mean behavior to the LES. To analyze the efficiency of the forcing term from the friction point of view, table 8.4 was established to compare the computed friction velocity with the one obtained with the RANS computation. Thus, the error on the friction prediction of a given Case  $n$  is estimated as follows :

$$E(u_\tau) = \frac{u_\tau^{\text{RANS}} - u_\tau^{\text{Case } n}}{u_\tau^{\text{RANS}}} \quad (8.39)$$

Table 8.4 demonstrates that the forcing term succeeded also to ensure that the friction is as satisfying as the RANS one, since  $E(u_\tau)$  does not exceed 1%, whereas the coarse LES (Case 1) underestimates the friction velocity of 12 percents.

Let us now consider the velocity RMS fluctuations. Although, it is difficult to know the location and the level of the peak of streamwise velocity fluctuations for very high Reynolds numbers, it is commonly admitted that it is located at wall-distance of  $y^+ = 15$  and that its level seem is constant (2.7–2.8) with the increase of the Reynolds number, see Abe et al. [2]. In Fig. 8.25, the fluctuation peak is located at the second node ( $y^+ \simeq 150$ ) whereas its level seem to be closer to the physical level for the forced LES. Near the channel center, the results are compared to the experiment of Comte-Bellot (1965) at a lower friction Reynolds number ( $Re_\tau = 8160$ ). Case 1 seems to underestimate the value of the streamwise fluctuations which is increased in Fig. 8.25 by the friction shown before. As for the Forced LES, the level of the fluctuations is slightly overestimated. Nevertheless, a general trend is that the RMS fluctuations of the LES with a forcing term seem to be improved given that the mean velocity field is corrected.

Now, to consider the influence of the forcing term on the temperature field, we applied the forcing term firstly only to the velocity field and then both to the velocity and to the passive scalar field. As for the velocity field, on Fig. 8.26 we can note that the temperature profile of LES+SWM present the same kind of behavior observed for the velocity field. Moreover, we can note that the velocity field forcing is not sufficient to make the mean temperature profile match the Kader law. This is probably due to the fact that the passive scalar field is obtained by different numerical schemes compared with the velocity field.

The same analysis can be done about the RMS fluctuations of temperature (Fig. 8.27). As for the velocity case we could not recover the physical position of the temperature fluctuation peak which is located at the same wall distance than velocity fluctuation peak according to Subramanian and Antonia [136]. These authors also demonstrate that the intensity of the peak is constant with the Reynolds number. Moreover, according to these authors, the normalized temperature peak is about 2.0 respectively to the Prandtl number considered in the present study. This latter result shows that the prediction of the intensity of the peak seem to be better in the cases with a forcing term.

### **Filter influence on the present result**

We will now discuss the influence of the filter  $\widetilde{(\cdot)}$  used in the forcing term (8.34). The overall time averaging (Case 2), the simple exponential smoothing when the  $\tau$  parameter is high enough (Case 5) and the spatial average (Case 3) seem to provide similar results as for the mean profiles as for RMS fluctuations. However, the  $\tau$  parameter of the SES filter appeared to be quite sensitive. Actually, this point has been developed by Schlüter [121], if  $\tau$  is too short the trailing time average tends to the instantaneous value and then, the forcing term damps the velocity high frequencies since it forces a part of the instantaneous signal to match the RANS signal which concerns low frequencies. The effects of a too small value of  $\tau$  is not very strong if we consider only the mean profiles, whereas they can clearly be noticed on the RMS fluctuations profiles. In fact, when  $\tau$  corresponds to 16 channel turnovers, the RMS velocity fluctuations (Fig. 8.25) are clearly lowered comparing with the Case 5, in which  $\tau$  corresponds to 120 channel turnovers. In this latter case, the SES filter and the OTA filter have similar results. These identical behaviors can be observed when  $\tau$  is higher than 80 channel turnovers.

### **Forcing term profiles and balance stress**

To carry on the analysis of the mechanisms implied by a forcing term on the momentum equation, we will observe the forcing term profiles and the balance stress. Focusing on Fig. 8.28, we note that the mean forcing term is very small but not equal to zero which shows that it is active all along the computation. Its maximum is located at the first computation node correcting this way the wall shear stress. Moreover, the RMS forcing term profile indicates that it highly fluctuates, especially at the first computation nodes.

To evaluate the influence of the forcing term on the flow, the balance stress of computations with a forcing term is analyzed. With the use of this latter, the stress balance can

be written as follows :

$$\underbrace{-\frac{\langle u'v' \rangle}{u_\tau^2}}_{(A)} + \underbrace{\left\langle \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right\rangle}_{(B)} + \underbrace{\left\langle \frac{\nu_t}{\nu} \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \right\rangle}_{(C)} - \underbrace{\left\langle f \right\rangle \frac{\nu}{u_\tau^3} y^+}_{(D)} = 1 - \frac{y^+}{Re_\tau} \quad (8.40)$$

The classical balance stress in a plane channel flow is retrieved with the Reynolds stress (A), the viscous stress (B) and the modeled stress (C), but the contribution of the forcing term is added (D). This balance is set in Fig. 8.30 for the OTA filter (it is recalled that the SES filter with  $\tau$  equal to 120 turnovers provides very similar results to the OTA filter) and in Fig. 8.31 for the SES filter ( $\tau = 16$  turnovers) and it is compared with the balance of the coarse LES+SWM (see Fig. 8.29). In this latter figure, the LES+SWM exhibits a very high total shear stress  $((A) + (B) + (C) - (D))$  near the second node which is probably due, as discussed before, to unphysical large streaks typically encountered in coarse mesh LES. In this case, if the total shear stress does not meet, for the near wall computational nodes, the theoretical balance (right hand side of (8.40)), it is due to the fact that numerical errors implied by the coarseness of the grid are not negligible.

As for the forced LES (Fig. 8.30 and Fig. 8.31), the additional term (D) (called *force stress*) appears to be negligible compared with other stresses. Nevertheless, the Reynolds stress for the OTA filter (Fig. 8.30) shows a surplus which indicates that the forcing term has an influence on the results. This surplus appears from the fourth computational node which corroborates the fact that the fluctuations level is higher from the same distance to the wall for the forcing term computation (see Fig. 8.25). The Reynolds stress surplus is due to a higher level of the production of the turbulent kinetic energy (not shown here) which becomes, thanks to the forcing term approach, less sensitive to numerical errors implied by the coarse grid.

As for the forcing term with the SES filter (Fig. 8.31), the Reynolds stresses are drastically damped as it could be expected before, given the behavior of the fluctuations. This result suggests that it should be possible to find a tricky value of  $\tau$  for the SES filter which would allow the forcing term approach to ensure a correct mean profile and wall shear stress without implying necessarily a surplus of turbulence production.

### 8.5.5 Conclusion

In this study, we carried out several unsteady computations at really high Reynolds number on coarse grids thanks to the TRIO\_U code. First, several drawbacks have been found out for large-eddy simulations even with the use of wall models. Then, a forcing term RANS/LES approach was used to avoid some of these drawbacks as a spurious mean profile or as an underestimation of the wall shear stress. The presented results show that correcting efficiently the passive scalar field implies the use of an additional forcing term applied on this field.

Besides, the filter applied to the LES field in the forcing term appear to be an important parameter. The spatial filter and the overall time averaging perform a satisfying forcing on the mean field and eliminate the spurious streaky structures typical of coarse meshes. As for the simple exponential smoothing, it implies a fluctuations damping if the  $\tau$  parameter is smaller than 80 channel turnovers.



It was also noted that the computations with a forcing term presented a significant Reynolds stress surplus. This phenomenon is due to an increase of the turbulence production inherent in the forcing term approach. A possible remedy would be to choose carefully the  $\tau$  parameter in SES filter to impose a satisfying mean profiles and wall shear stress and to avoid a surplus of turbulence production.

### 8.5.6 Figures

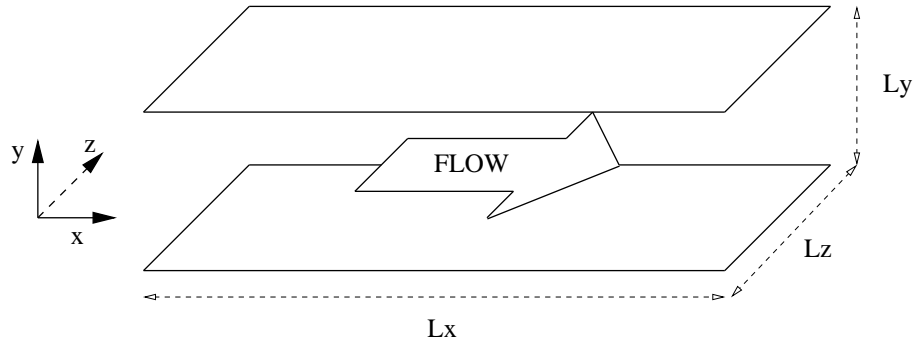


FIG. 8.23 – Plane channel flow.

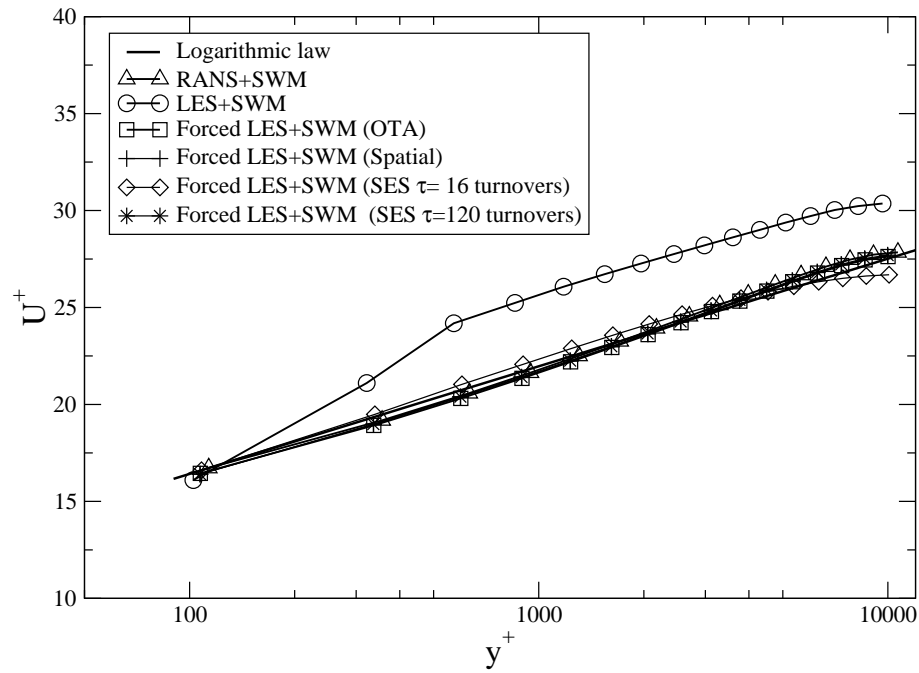


FIG. 8.24 – Reduced mean streamwise velocity profiles.

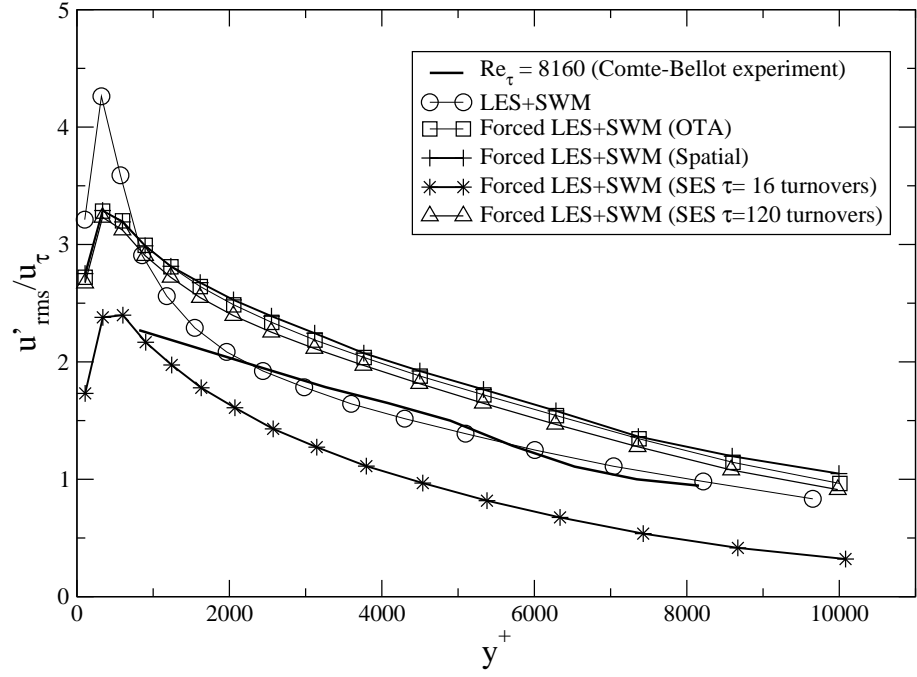


FIG. 8.25 – Reduced RMS streamwise velocity fluctuations profiles.

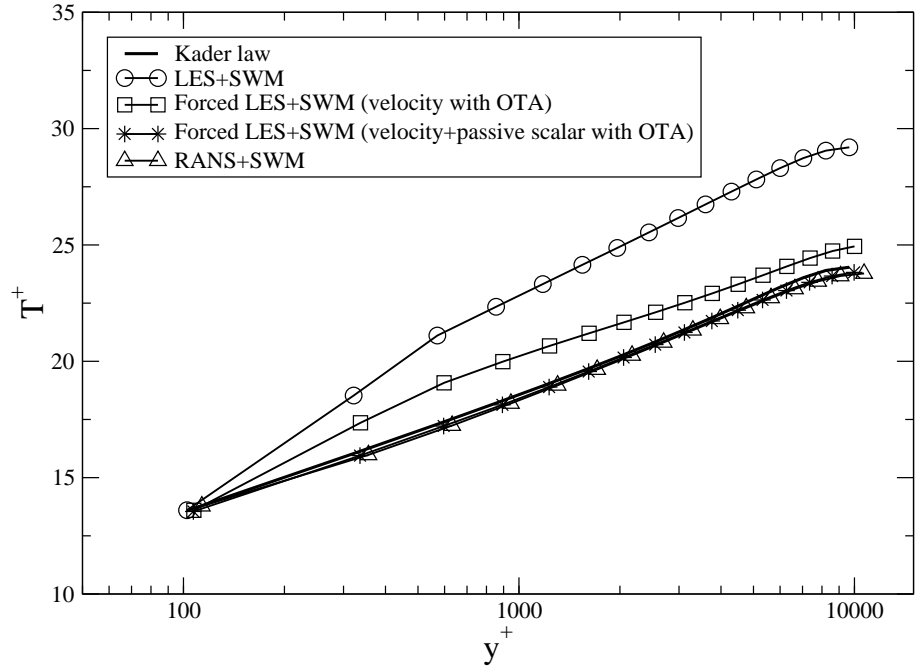


FIG. 8.26 – Reduced mean temperature profiles.

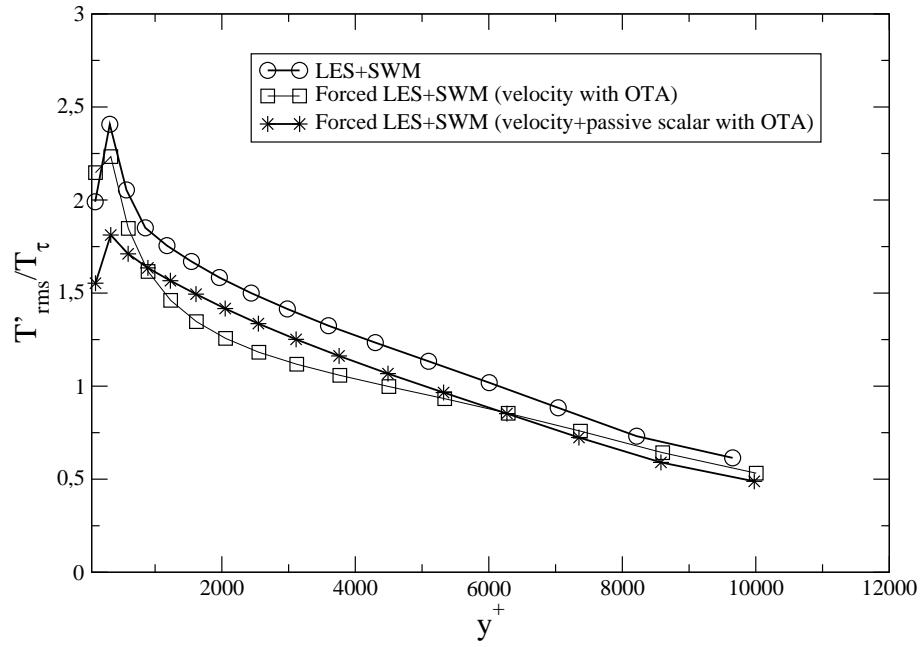


FIG. 8.27 – Reduced RMS temperature fluctuations profiles.

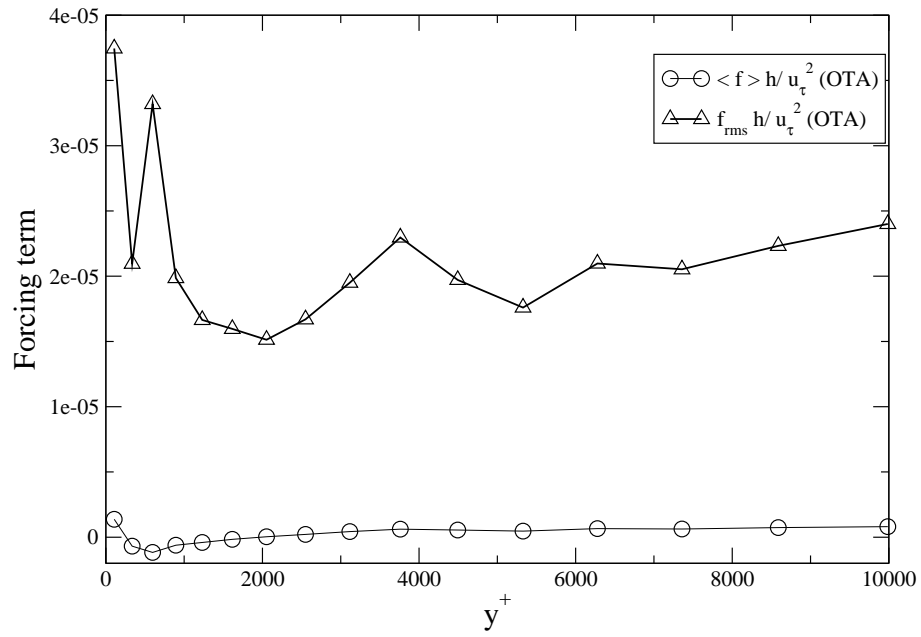


FIG. 8.28 – Reduced mean and RMS forcing term profiles.

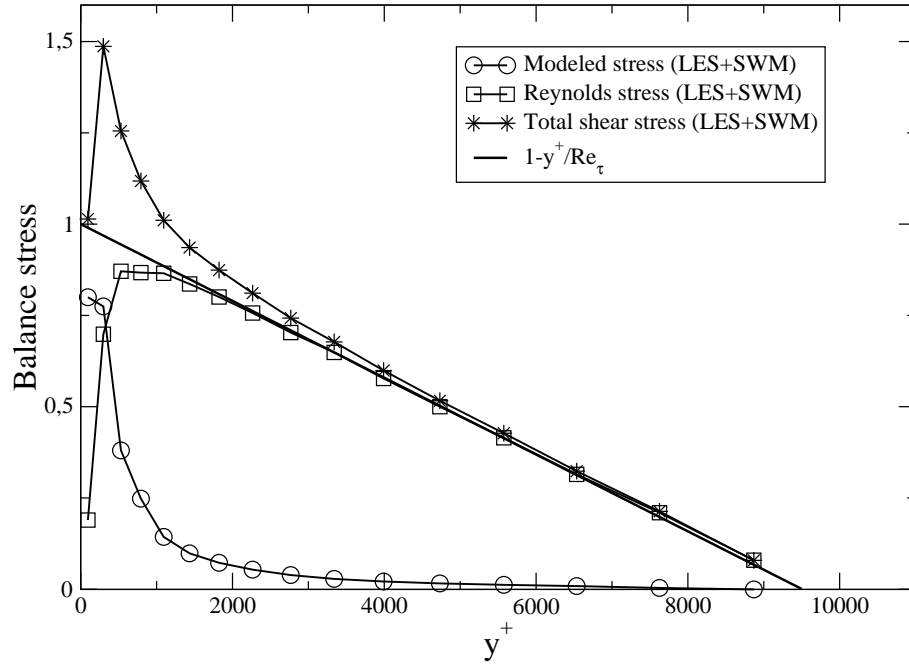


FIG. 8.29 – Balance stress profiles for the coarse LES+SWM (Case 1).

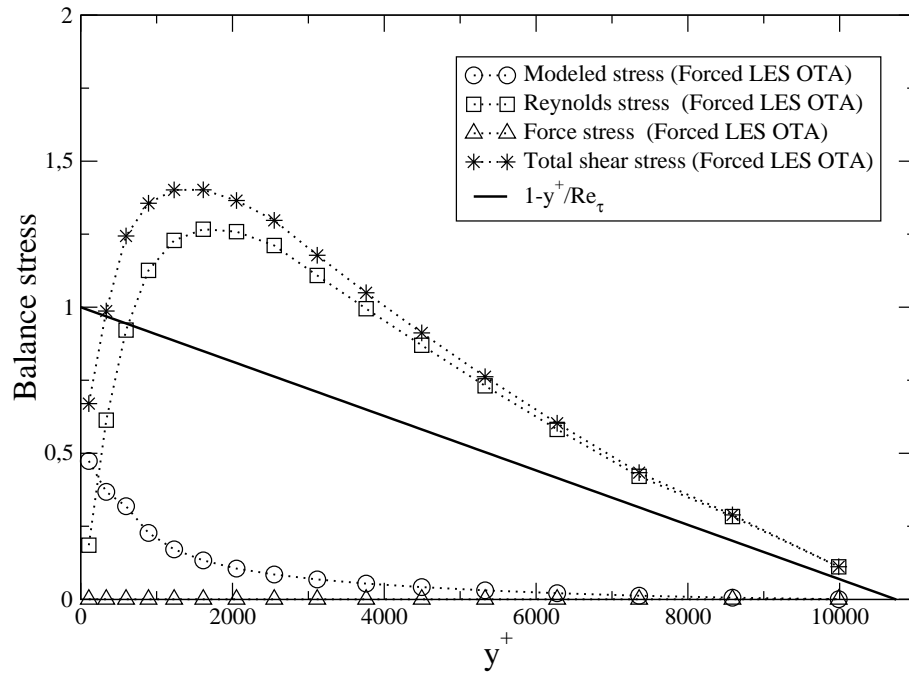


FIG. 8.30 – Balance stress profiles for the Forced LES with OTA filter (Case 2).

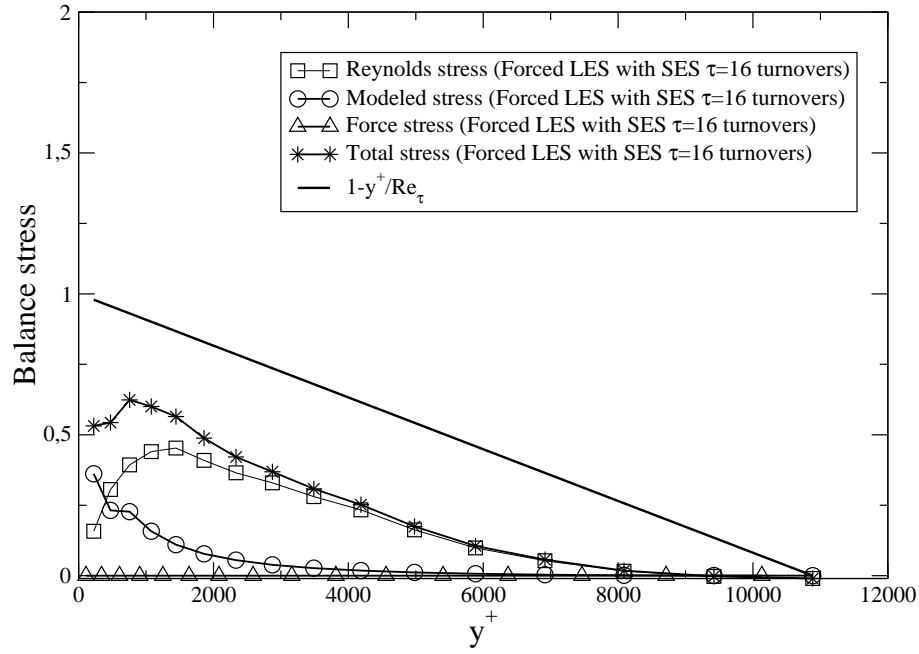


FIG. 8.31 – Balance stress profiles for the Forced LES with SES filter ( $\tau = 16$  turnovers) (Case 4).

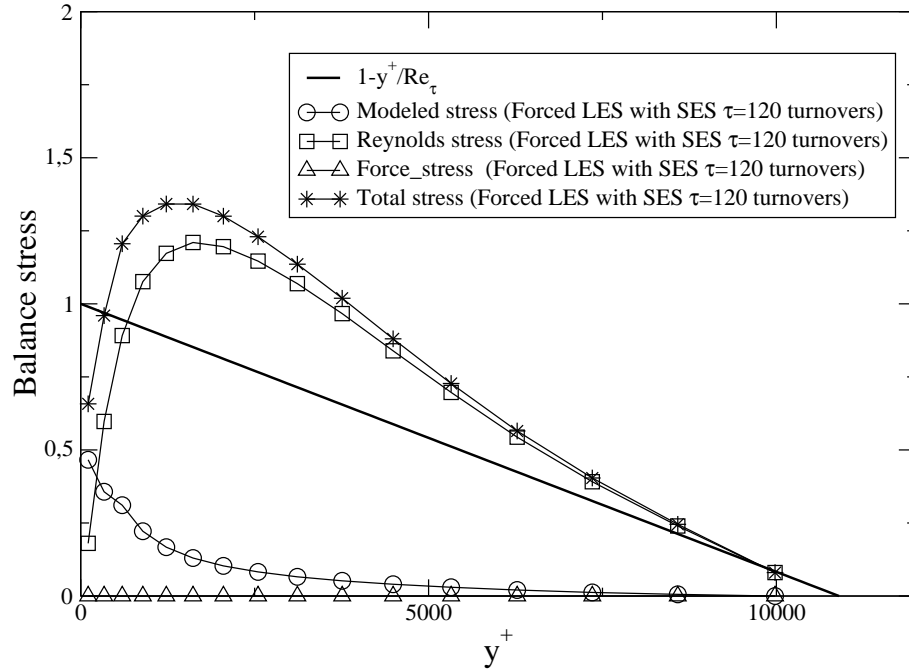


FIG. 8.32 – Balance stress profiles for the Forced LES with SES filter ( $\tau = 120$  turnovers) (Case 5).

## 8.6 Conclusion et perspectives sur le terme de forçage RANS/LES

Dans les travaux décrits dans les deux articles précédents, une méthode de couplage RANS/LES basée sur un terme de forçage a été proposée et investiguée. Alors que les lois de parois SWM et TBLE ne le permettait pas, cette méthode s'est montrée efficace pour assurer que le champ moyen (dynamique ou thermique) ou le cisaillement pariétal de la LES forcée dans un contexte de maillage grossier, soit aussi bien évalué que dans le cas d'une simulation RANS.

L'effet de divers filtres (moyenne spatiale, moyenne temporelle et lissage exponentiel simple) a été analysé. Ces filtres fournissent des résultats similaires si le paramètre  $\tau$  du lissage exponentiel simple est assez grand (un temps supérieur à 80 passages dans un canal plan semble suffisant).

Le terme de forçage RANS/LES semble introduire globalement un niveau de fluctuations un peu trop élevé, tout en corrigeant le caractère pathologique des fluctuations et des tensions de Reynolds propres à la LES en maillage grossier. Cet excès de production de turbulence pourrait être dû au moment d'ordre deux  $\langle u'_i f'_i \rangle$ . La partie fluctuante du terme de forçage peut avoir deux causes. Soit le champ  $\tilde{\phi}^{les}$  n'est pas complètement convergé, soit cette fluctuation est due aux variations du pas de temps  $\Delta t$  qui est fourni par un schéma en temps explicite. La première cause peut être évitée en s'assurant que la moyenne impliquée par le filtre  $\widetilde{(\cdot)}$  est complètement convergée avant l'application du terme de forçage. Pour la seconde cause (qui est sans doute plus probable), une prise de moyenne du pas de temps utilisé dans le terme de forçage pourrait amoindrir cette tendance fluctuante.



## Chapitre 9

# Conclusion et perspectives

Comme nous l'avons établi dans l'introduction, la difficulté principale pour réaliser une simulation numérique d'un écoulement turbulent à haut nombre de Reynolds est de préserver la capture des effets instationnaires sans induire un coût de calcul prohibitif. Dans ce cadre, nous avons proposé deux approches basées sur une stratégie de couplage RANS/LES.

La première repose sur l'application du modèle de paroi TBLE à une simulation des grandes échelles, qui consiste à résoudre des équations de couche limite simplifiées et instationnaires avec une modélisation de type RANS dans la zone proche paroi.

La seconde consiste à réaliser simultanément un calcul RANS et une simulation des grandes échelles dont le champ moyen sera corrigé grâce au calcul RANS par l'intermédiaire d'un terme de forçage.

Nous avons commencé par mettre en évidence les défauts de la simulation des grandes échelles avec des lois de parois analytiques dans un contexte de maillage grossier. Dans une configuration de canal plan bi-périodique uniformément chauffé, nous avons montré que les profils moyens, adimensionnés par la vitesse (ou la température) de frottement, ne corroborent plus les lois analytiques comme la loi logarithmique (ou la loi de Kader) lorsque le maillage est grossier. Une sous-estimation croissante du frottement est également observée à mesure que la taille des mailles augmente. En revanche, les calculs RANS ont montré très peu de sensibilité à la taille des mailles.

Pour la LES avec loi de paroi standard, les maxima des écarts-type de fluctuations de vitesse et de température sont éloignés de leur localisation physique du fait de la création de structures allongées artificielles dont la taille est fixée par la taille des mailles et les schémas numériques au lieu de dépendre de la physique de l'écoulement.

Afin de mieux représenter les effets instationnaires de l'écoulement tout en améliorant la prédiction du frottement pariétal dans un contexte de maillage grossier, nous avons choisi d'utiliser une loi de paroi sophistiquée (TBLE) qui réalise un calcul URANS sur un maillage fin unidimensionnel, qui fournit un cisaillement pariétal au maillage LES. Notre apport, pour cette modélisation, se résume en trois points. D'abord, une méthode numérique particulière a été développée afin d'avoir une meilleure prise en compte des instationnarités dans le maillage fin. Ensuite, un modèle TBLE adapté au champ de température a été



---

proposé dans le but de fournir au maillage LES le flux de chaleur normal à la paroi pour modéliser une condition à la limite de type température imposée. Enfin, l'influence de la prise en compte des termes convectifs dans la résolution des équations de couche limite simplifiées a été analysée.

Ces modèles de paroi de type TBLE ont, dans un premier temps, été testés dans une configuration de canal plan bi-périodique uniformément chauffé. Le modèle de paroi TBLE ne parvient pas réellement à corriger les défauts de la LES en maillage très grossier. Cependant, malgré une modélisation de type URANS en proche paroi, la zone TBLE exhibe un profil d'écart-type de fluctuations dont le comportement est similaire au pic de fluctuations présent dans les calculs DNS. De plus, lorsque les termes convectifs sont pris en compte dans les équations de couche limite simplifiées de TBLE, les écarts-type de fluctuations de température sont en excellent accord avec les résultats DNS dans la sous-couche conductive ce qui semble très encourageant pour l'utilisation du modèle TBLE dans le cadre du couplage thermique fluide/solide.

Nous avons également comparé les approches RANS+SWM, LES+SWM et LES+TBLE dans une configuration de matrice d'obstacles cubiques. Un premier résultat important est que, pour un maillage relativement grossier, les méthodes RANS standards peinent à reproduire les phénomènes d'impact de fluide sur un obstacle et de recirculation alors que les calculs LES avec modèles de paroi produisent de meilleures prédictions pour un coût numérique pratiquement identique ( $\leq 7\%$  uniquement pour le cas du canal plan). Toutefois, bien que le modèle TBLE semble un peu plus adapté aux effets instationnaires, il est délicat de départager les performances des deux modèles de paroi. Cela peut être dû soit au maillage choisi, soit à l'hypothèse de gradient de pression constant dans la zone TBLE ou encore à la forme de la viscosité turbulente adoptée dans le maillage fin TBLE.

La deuxième méthode consiste en un couplage RANS/LES qui est basé sur un terme de forçage. Etant donné que pour les écoulements simples, comme les canaux plans, la LES avec lois de paroi fournit, dans un contexte de maillage très grossier, des résultats médiocres en comparaison des calculs RANS, nous avons développé un terme de forçage capable d'imposer aux champs moyens (vitesse et température) LES de coïncider avec les champs statistiques RANS afin de corriger les défauts de la LES en maillage grossier.

Cette méthode de couplage RANS/LES s'est révélée très efficace afin de prédire correctement les frottements et flux de chaleur pariétaux ainsi que les profils moyens de vitesse et de température dans une configuration de canal plan à très haut nombre de Reynolds pour un maillage très grossier pratiquement de type maillage RANS. En ce qui concerne les champs fluctuants, le niveau artificiel du pic de fluctuation obtenu du fait du maillage grossier, est réduit. Mais le niveau des fluctuations de la LES forcée au delà de ce pic semble légèrement surestimé du fait des erreurs numériques engendrées par le maillage grossier.

Les perspectives de ce travail sont multiples et peuvent se décliner selon trois aspects : l'amélioration des techniques de modélisation développées dans cette thèse, leur évolution numérique et leur utilisation dans un contexte d'applications industrielles.

Du point de vue de l'amélioration des techniques, l'introduction d'une viscosité turbulente dynamique dans la zone TBLE comme le suggèrent Wang et Moin [147], pourrait fournir des résultats meilleurs dans les configurations avec décollements. Cette modification de TBLE évoquée dans le sous-paragraphe §4.5.2 s'est révélée bénéfique dans plusieurs configurations de ce genre : écoulement sur une marche descendante [54], écoulement au voisinage d'un bord de fuite [147] ou encore écoulement autour d'un obstacle cylindrique [33]. Bien que les résultats soient encourageants pour le modèle de paroi TBLE thermique développé dans ce travail dans une configuration où la température était imposée à la paroi, ce modèle reste à tester dans une situation de couplage thermique fluide/solide où la température de paroi est instationnaire.

Quant au couplage RANS/LES par terme de forçage, l'investigation d'autres filtres pour le champ LES pourrait permettre à cet outil d'être efficace pour des écoulements instationnaires forcés par une basse fréquence (configuration de canal plan pulsé par exemple). En effet, le champ RANS évoluant avec une basse fréquence, le filtrage temporel du champ LES pour le terme de forçage doit être capable de prendre en compte cette basse fréquence. L'idéal serait d'utiliser une moyenne temporelle avec une fenêtre glissante ce qui permettrait de moyenniser l'instationnarité due à l'agitation turbulente tout en préservant la basse fréquence propre à l'écoulement moyen. Cependant, ce type de moyenne reste très coûteuse du point de vue du stockage des données puisqu'il requiert de stocker assez de champ LES afin d'obtenir une moyenne statistique. Une solution à ce problème pourrait reposer sur l'utilisation de filtres passe-bas comme les filtres de Butterworth [?] qui nécessitent la sauvegarde d'un nombre de champs limité. De plus, afin d'améliorer les écarts-type de fluctuations de la LES forcée, il serait possible de considérer un maillage plus fin pour celle-ci que pour le calcul RANS. Il suffirait alors d'utiliser des interpolations entre les deux champs afin d'exercer le forçage.

L'évolution numérique des différentes modélisations proposées dans ce travail concerne principalement leur application à une discrétisation non structurée en tétraèdres. Le développement du modèle de paroi TBLE est immédiat puisque la résolution des équations dans la zone TBLE est indépendante de la discrétisation choisie. Par ailleurs, ce type d'aménagement du modèle de paroi TBLE peut permettre son application à des géométries complexes.

Du point de vue des applications industrielles, si nous considérons à nouveau la configuration d'écoulement industrielle évoquée dans l'introduction (Fig. 1.1) et si nous voulions la traiter dans une situation de convection forcée<sup>1</sup>, il serait approprié de traiter les quatre branches du circuit primaire avec une méthode de couplage RANS/LES par terme de forçage. Cela permettrait de fournir une condition à la limite instationnaire au calcul des zones de jonction entre les branches et la cuve qui pourraient être simulées avec une technique du type LES+TBLE. Si l'on se reporte au Tab. 5.1 du chapitre 5, les résolutions de maillage en unités de paroi qui semblent convenir (étant donné les résultats du chapitre 6) à LES+TBLE est du type M4 ( $\Delta x^+ = 200$ ,  $\Delta z^+ = 100$ ,  $\Delta y_w^+ = 64$ ) alors que le couplage RANS/LES par terme de forçage est plutôt du type M8 ( $\Delta x^+ = 3927$ ,  $\Delta z^+ = 1963$ ,

---

<sup>1</sup>Traiter une telle configuration avec une simulation des grandes échelles résolue à la paroi est hors de portée de la puissance de calcul actuelle comme nous l'avons évoqué lors de l'introduction.

---

$\Delta y_w^+ = 200$ ). Prenons maintenant comme référence, pour réaliser une LES résolue à la paroi, le maillage M0 ( $\Delta x^+ = 42$ ,  $\Delta z^+ = 13$ ,  $\Delta y_w^+ = 2$ ). Le gain en nombre de mailles requises entre les résolutions M4 et M0 est réduit d'un facteur  $10^3$ , puis d'un facteur  $2.10^6$  entre M8 et M0. Les deux modélisations précédentes (LES+TBLE et couplage RANS/LES par terme de forçage) ne permettraient pas de fournir des prédictions physiques aussi précises qu'avec une LES résolue à la paroi avec une résolution de type M0. Cependant, avec de telles réductions de coût numérique, il deviendrait possible d'investiguer par des simulations instationnaires une configuration industrielle comme celle illustrée par la Fig. 1.1 en situation de convection forcée.

## Annexe A

# Implémentation des schémas numériques dans la zone TBLE

### A.1 Introduction

This document is meant to expose the implementation of the TBLE wall model in the Trio\_U code. This wall model consist in embedding a one-dimensional fine grid between the wall and the first computation node. It was introduced in 1996 by Balaras [13] and has been increasingly investigated by other researchers (Cabot [28, 29, 30], Diurno [54], Wang and Moin [147]...).

First, the features of the TBLE will be exposed. Then, the numerical method will be unfolded. Finally, various keywords and the implementation will be exposed.

### A.2 Numerical solving method in the TBLE fine grid

#### A.2.1 Equations in the fine mesh

In the TBLE (*Thin Boundary Layer Equation*) wall-model, the wall shear stress is evaluated thanks to boundary layer equations applied in a one-dimensional fine grid in the near-wall region.

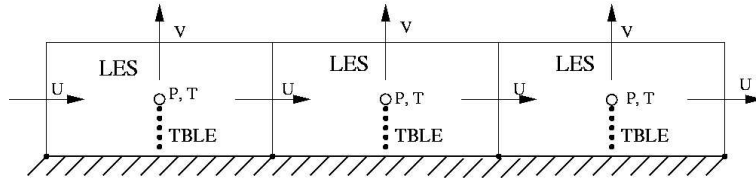


FIG. A.1 – TBLE fine grid near the wall

Equations to solve for the velocity components  $U$  and  $W$  (to simplify, we will concentrate on the first one), respectively in the  $x$ -direction (streamwise direction) and the  $z$ -direction (spanwise direction) :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( a \frac{\partial U}{\partial y} \right) + F = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

$$F = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (\text{A.2})$$

$$a = \nu + \nu_t = \nu + D(\kappa y_w)^2 \left( \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{A.3})$$

$$D = 1 - \exp \left( - \left( \frac{y_w^+}{25} \right)^3 \right) \quad (\text{A.4})$$

(A.2) is the pressure gradient.

(A.3) is the total viscosity composed by the molecular viscosity  $\nu$  and the turbulent viscosity  $\nu_t$  which is evaluated with a mixing length model in the fine mesh.

D is the Van Driest damping function.

### A.2.2 Numerical method

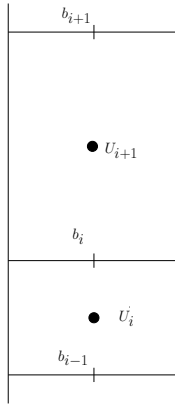


FIG. A.2 – i-Node in the fine mesh

Now, we will describe the numerical method used to solve equation (A.1) for the first velocity component. Equation (A.1) is solved iteratively (iteration number is noted  $p$ ) in the fine grid ( $i$  is the node number in the one-dimensional grid). To solve accurately equation (A.1) when a refined TBLE mesh is used, we used to coordinates which are linked :  $y_i$  and  $y_{ci}$ . When the TBLE mesh is refined,  $y_{ci}$  coordinates are created with the desired refinement factor and then,  $y_i$  are defined such as  $y_i = \frac{1}{2}(y_{ci} + y_{ci-1})$ . The total viscosity ( $b_i$ ) is computed at  $y_{ci}$  nodes and the velocity nodes ( $U_i$ ) are  $y_i$ .

$$\frac{1}{y_{ci} - y_{ci-1}} \left( a_{i+1/2}^p \frac{U_{i+1}^{p+1} - U_i^{p+1}}{y_{i+1} - y_i} - a_{i-1/2}^p \frac{U_i^{p+1} - U_{i-1}^{p+1}}{y_i - y_{i-1}} \right) + F = \frac{U_i^{p+1} - U_i^n}{\Delta t_{LES}} \quad (\text{A.5})$$

$U_i^n$  is the velocity in the fine grid at the previous LES time step and  $\Delta t_{LES}$  is the LES time step.

$$a_{i+1/2}^p = \nu + D(\kappa y_w)^2 \left( \left( \frac{U_{i+1}^p - U_i^p}{y_{i+1} - y_i} \right)^2 + \left( \frac{W_{i+1}^p - W_i^p}{y_{i+1} - y_i} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{A.6})$$

Now, the coefficients  $d_i$ ,  $b_i$ ,  $A_i$  and  $C_i$  will be defined :

$$d_i = \frac{1}{y_{ci} - y_{ci-1}} \quad (\text{A.7})$$

$$b_i^p = \frac{a_{i+1/2}^p}{y_{i+1} - y_i} \quad (\text{A.8})$$

Equation (A.5) can be written as :

$$\left( d_i(b_i^p + b_{i-1}^p) + \frac{1}{\Delta t_{LES}} \right) U_i^{p+1} = d_i b_i^p U_{i+1}^{p+1} + d_i b_{i-1}^p U_{i-1}^{p+1} + F + \frac{U_i^n}{\Delta t_{LES}} \quad (\text{A.9})$$

We introduce  $A_i$  and  $C_i$  such as :

$$\boxed{C_i^p U_i^{p+1} = d_i b_{i-1}^p U_{i-1}^{p+1} + A_i^p \quad \text{for } 2 \leq i \leq N-2} \quad (\text{A.10})$$

$C_i^p$  and  $A_i^p$  can be obtained in applying (A.10) to  $U_{i+1}^{p+1}$  and in replacing its new value in (A.9) :

$$\boxed{\begin{aligned} C_i^p &= d_i b_i^p + d_i b_{i-1}^p - \frac{d_i d_{i+1} b_i^p \times b_i^p}{C_{i+1}^p} + \frac{1}{\Delta t_{LES}} & (\text{A.11}) \\ A_i^p &= F + d_i b_i^p \frac{A_{i+1}^p}{C_{i+1}^p} + \frac{U_i^n}{\Delta t_{LES}} & (\text{A.12}) \end{aligned}}$$

### A.2.3 Boundary conditions

► i=N-1

In the TBLE wall-model, the top velocity boundary condition  $U_N$  of the fine mesh is equal to the velocity at the first cell of the LES-mesh (graphic A.3). Then, (A.5) and (A.8) applied to the top boundary node leads to :

$$\left( d_{N-1} (b_{N-1} + b_{N-2}) + \frac{1}{\Delta t_{LES}} \right) U_{N-1} = d_{N-1} (b_{N-1} U_N + b_{N-2} U_{N-2}) + F + \frac{U_{N-1}^n}{\Delta t_{LES}} \quad (\text{A.13})$$

Thus  $C_{N-1}^p$  and  $A_{N-1}^p$  are :

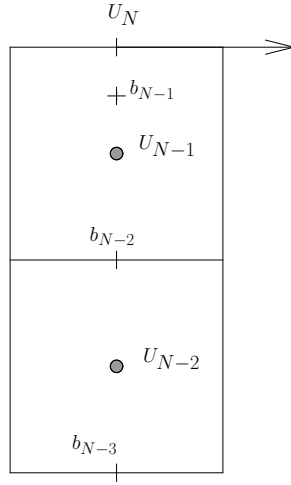


FIG. A.3 – Top boundary condition in the fine mesh

$$\begin{aligned} C_{N-1}^p &= d_{N-1} (b_{N-1} + b_{N-2}) + \frac{1}{\Delta t_{LES}} & (A.14) \\ A_{N-1}^p &= F + d_{N-1} b_{N-1} U_N + \frac{U_{N-1}^n}{\Delta t_{LES}} & (A.15) \end{aligned}$$

► **i=1**

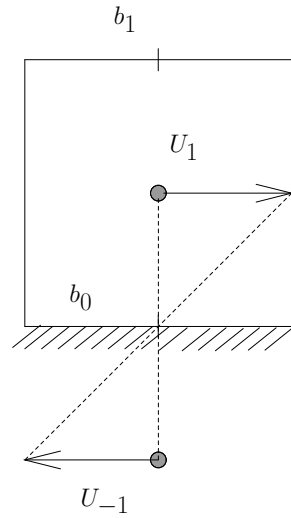


FIG. A.4 – Bottom boundary condition in the fine mesh

To force the no-slip condition, a virtual node  $i = -1$  is introduced so that  $U_{-1} = -U_1$ , the wall being at a medium distance between these both velocity nodes (graphic A.4). Thanks

to this virtual node, (A.10) can be applied :

$$C_1^p U_1 = d_1 b_0 U_{-1}^p + A_1^p \quad (\text{A.16})$$

And therefore,

$$C_1^p U_1^p = -d_1 b_0 U_1^p + A_1^p \quad (\text{A.17})$$

Hence :

$U_1 = \frac{A_1}{C_1 + d_1 b_0} \quad \text{assuming that} \quad b_0 = \frac{\nu}{2(y_1 - y_w)} \quad \text{and} \quad d_1 = \frac{1}{y_{c1} - y_{c0}} \quad (\text{A.18})$
--

It has to be noted that the coefficients  $a_{0+1/2}$  is approximated to the molecular viscosity. As a consequence, the first velocity node of TBLE must be in the viscous layer of the turbulent boundary layer ( $y_1^+ < 1$  should be a satisfying criterion). Moreover, we can also note that  $y_{c0} = y_0 = y_w$  and  $y_1 - y_{-1} = 2(y_1 - y_w)$ .

#### A.2.4 Numerical procedure

- First, the TBLE boundary conditions are set :  $U_N^n(LES) = U_N^n(TBLE)$  and  $U_0^n(LES) = U_0^n(TBLE)$ .  $U_N^n(LES)$  is the first LES node.
- Then, the TBLE mesh is computed. The iteration procedure goes on while the friction velocity has not converged. While the convergence criterion is not satisfied the following instructions are performed :
  - $b_i^p$  coefficients are computed from  $U_i^p$
  - Set of  $A_{N-1}^p$  and  $C_{N-1}^p$  then calculation of  $A_i^p$  and  $C_i^p$
  - Calculate  $U_1^{p+1}$
  - Calculate  $U_i^{p+1}$
  - Calculate wall shear stress  $\tau_{wj}^{p+1}$  in the streamwise ( $j = 1$ ) and spanwise ( $j = 3$ ) directions
  - Friction velocity convergence check  $\left( \frac{\|u_\tau^p - u_\tau^{p+1}\|}{u_\tau^{p+1}} < \epsilon \right)$  with  $\epsilon$  very small ( $10^{-5}$  for example).
  - Finally, we obtain, from the TBLE mesh, the wall shear stress  $\tau_w^n$  to compute the LES velocity at  $n+1$  instant.

### A.3 TBLE user guide using TRIO\_U code

#### A.3.1 Required TBLE keywords

**N** : number of nodes in the TBLE grid

In fact, it is the only keyword required.



### A.3.2 Optional TBLE keywords

**facteur** : stretching ratio for the TBLE grid (to refine near the wall the TBLE **facteur** must be greater than 1).

**modele\_visco** : file name containing the description of the eddy viscosity model

**Nb\_comp** : number of component to solve in the fine grid (1 if 2D simulation (2D not available yet), 2 if 3D simulation)

**stats** : statistics of the TBLE velocity and turbulent viscosity profiles. 4 values are required : the starting time of velocity averaging, the starting time of the RMS fluctuations, the ending time of the statistics computation and finally the print time period for the statistics.

Here you can find an example of the TBLE command line in a data file :

```
Turbulence_paro Paroi_TBLe { N 6 modele_visco Diffu_lm facteur 1.33 stats 9. 10. 20. 2. }
```

## A.4 TBLE implementation in TRIO\_U code

Files needed to modify the TBLE wall model :

```
../ThHyd/Turbulence/Diffu_totale_base.h and *.cpp
../ThHyd/Turbulence/Diffu_totale.h and *.cpp
../ThHyd/Turbulence/Diffu_lm.h and *.cpp
../ThHyd/Turbulence/Eq_couch_lim.h and *.cpp
../ThHyd/Turbulence/Vect_Eq_couch_lim.h and *.cpp
../VDF/Turbulence/ParoiVDF_TBLe.h and *.cpp
```

A few explanations can be provided about the implementation of the TBLE wall model. To perform the computation, an *Eq\_couch\_lim* object, in which TBL Equations are solved, is affected at each wall cell. Hence, we have vectors of *Eq\_couch\_lim* objects (see file **Vect\_Eq\_couch\_lim.h** and **\*.cpp**). The boundary conditions of TBLE are set in the file **ParoiVDF\_TBLe.cpp** and the wall shear stress provided to the LES is retrieved in this same file. The TBL Equations are solved and the wall shear stress is computed in the “*aller\_au\_temps*” method of *Eq\_couch\_lim* objects (see file **Eq\_couch\_lim.h** and **\*.cpp**).

The TBLE turbulent viscosity model is defined in the file **Diffu\_lm.h**. It should be recalled that the TBLE user can develop his own turbulent viscosity model in specific files **My\_Diffu\_lm.h** and **\*.cpp** and then used for the TBLE computation using the following keywords in the data file : *modele\_visco My\_Diffu\_lm*.

## A.5 Conclusion and future work

A brand new wall model has been implemented in the Trio\_U code. Its numerical solving method and its implementation have been entirely described in this document which should be useful for all TBLE users. Some results obtained with the TBLE wall model can be found in [20] and [19].

We can add that this wall model can also be applied to the temperature field so that the wall normal heat flux can be determined by the TBLE wall model.



# Bibliographie

- [1] H. Abe, H. Kawamura, and H. Choi. Very large-scale structures and their effects on the wall shear-stress fluctuations in a turbulent channel flow up to  $Re_\tau = 640$ . *Journal of Fluids Engineering (Transactions of the ASME)*, 126 :835–843, 2004.
- [2] H. Abe, H. Kawamura, and Y. Matsuo. Direct Numerical Simulation of a fully developed turbulent channel flow with flow with respect to the Reynolds Number dependence. *Journal of Fluids Engineering (Transactions of the ASME)*, 123 :383–393, 2001.
- [3] H. Abe, H. Kawamura, and Y. Matsuo. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to  $Re_\tau = 1020$  with  $Pr = 0.025$  and  $0.71$ . *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 25 :404–419, 2004.
- [4] C. Ackermann. *Développements et validation de simulation des grandes échelles d'écoulements turbulents dans un code industriel*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [5] I. T. Aladyev. Experimental determination of local and mean coefficients of heat transfer for turbulent flow in pipes. Technical report, NACA Technical Memorandum 1356, 1954. <http://naca.larc.nasa.gov/reports/1954/naca-tm-1356/naca-tm-1356.pdf>.
- [6] S. Arunajatesan and N. Sinha. Towards hybrid LES-RANS computations of cavity flowfields. In *AIAA Paper 2000 - 0401*.
- [7] S. Arunajatesan and N. Sinha. Unified unsteady RANS-LES simulations of cavity flowfields. In *AIAA Paper 2001 - 0516*.
- [8] S. Arunajatesan and N. Sinha. Hybrid RANS-LES modeling for cavity aeroacoustics predictions. *Int. J. of aeroacoustics*, 2(1) :65, 2003.
- [9] N. Aubry, P. Holmes, J. Lumley, and E. Stone. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 192 :115–173, 1988.
- [10] B. Aupoix. From mixing length to Reynolds stress models. In *Introduction to turbulence modeling*, Lecture series 2004-06. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2004.
- [11] J. S. Baggett. On the feasibility of merging LES with RANS for the near-wall region of attached turbulent flows. *Annual Research Briefs - Center for Turbulence Research*, pages 267–277, 1998.
- [12] J. S. Baggett, J. Jimenez, and A. G. Kravchenko. Resolution requirements in large-eddy simulations of shear flows. *Annual Research Briefs - Center of Turbulence Research*, 1997.

- [13] E. Balaras, C. Benocci, and U. Piomelli. Two-layer approximate boundary conditions for Large-Eddy Simulations. *AIAA Journal*, 34(6) :1111–1119, June 1996.
- [14] D. S. Baldwin and H. Lomax. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA journal*, page 0257, 1978.
- [15] J. Bardina, J. H. Ferziger, and W. C. Reynolds. Improved turbulence models for large eddy simulation. In *AIAA Paper 83 - 1357*.
- [16] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. Interfacing Statistical Turbulence Closures with Large-Eddy Simulation. *AIAA Journal*, 42(3) :485–492, 2004.
- [17] P. Batten, U. C. Goldberg, and S. R. Chakravarthy. Lns - an approach towards embedded les. In *AIAA Paper 2002 - 0427*.
- [18] P. Batten, U. C. Goldberg, S. Palaniswamy, and S. R. Chakravarthy. Hybrid rans/les : Spatial-resolution and energy-transfer issues. 2001.
- [19] Y. Benarafa, O. Cioni, F. Ducros, and P. Sagaut. Passive scalar wall-modeling of heated and turbulent plane channel flow. *Submitted to International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005.
- [20] Y. Benarafa, O. Cioni, F. Ducros, and P. Sagaut. RANS/LES coupling for unsteady turbulent flow simulation at high Reynolds number on coarse meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (In Press, accepted 15 June 2005)*, 2005.
- [21] Y. Benarafa, F. Ducros, and P. Sagaut. RANS/LES coupling with a forcing term approach. *Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 2005.
- [22] S. Benhamadouche and D. Laurence. Les, coarse les and transient rans comparisons on the flow across a tube bundle. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24 :470–479, 2003.
- [23] U. Bieder and E. Garré. Dilution inhérente. Qualification de Trio\_U sur une expérience UPTF TRAM C3. Technical Report SSTH/LMDL - 2004 - 028, CEA DEN, 2004.
- [24] J. P. Boris, F. F. Grinstein, E. S. Oran, and R. L. Kolbe. New insights into large-eddy simulation. *Fluid Dyn. Res.*, 10 :199–228, 1992.
- [25] M. Breuer, N. Jovicic, and K. Mazaev. Comparison of DES, RANS and LES for the separated flow around a flat plate at high incidence. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 41 :357–388, 2003.
- [26] G. Brilliant. *Simulations des grandes échelles thermiques et expériences dans le cadre d'effusion anisotherme*. PhD thesis, Ecole doctorale MEGA - INSA Lyon, 2004.
- [27] W. Cabot. Large-eddy simulations with wall-models. *Annual Research Briefs - Center for Turbulence Research*, pages 41–50, 1995.
- [28] W. Cabot. Near-wall models in large eddy simulations of flow behind a backward facing step. *Annual Research Briefs - Center for Turbulence Research*, pages 199–210, 1996.

- [29] W. Cabot. Wall models in large eddy simulation of separated flow. *Annual Research Briefs - Center for Turbulence Research*, pages 97–106, 1997.
- [30] W. Cabot and P. Moin. Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high reynolds number flow. *Turbulence and Combustion*, 63 :269–291, 2000.
- [31] C. Calvin, O. Cueto, and P. Emonot. An object-oriented approach to the design of fluid mechanics software. *Mathematical modelling and numerical analysis*, 36(5) :907–921, 2002.
- [32] B. Caruelle and F. Ducros. Detached-eddy simulations of attached and detached boundary layers. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 17(6) :433–451, 2003.
- [33] P. Catalano, M. Wang, G. Iaccarino, and P. Moin. Numerical simulation of the flow around a circular cylinder at high reynolds numbers. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 24 :463–469, 2003.
- [34] T. Cebeci, A. M. O. Smith, and S. G. Mosinski. Calculation of compressible adiabatic turbulent boundary layer. *AIAA journal*, 8 :1974–1982, 1970.
- [35] D. R. Chapman. Computational aerodynamics development and outlook. *AIAA Journal*, 17(12) :1293–1313, 1979.
- [36] P. Chassaing. *Turbulence en mécanique des fluides*. Cepadues-Editions, 2000.
- [37] Y. Cheng, F.S. Lien, E. Yee, and R. Sinclair. A comparaison of Large Eddy Simulations with a standard  $k - \epsilon$  Reynolds-averaged Navier-Stokes model for prediction of a fully developed turbulent flow over a matrix of cubes. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91 :1301–1328, 2003.
- [38] T. S. Chyczewski, P. J. Morris, and L. N. Long. Large-eddy simulation of wall bounded shear flow using the nonlinear disturbance. *AIAA Paper*, page 2007, 2000.
- [39] A. Châtelain. *Simulation des Grandes Echelles d'écoulements turbulents avec transferts de chaleur*. PhD thesis, INPG, 2004.
- [40] A. Châtelain, F. Ducros, and O. Metais. LES of heat transfert : proper numerical schemes for temperature transport. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 44 :1017–1044, 2004.
- [41] A. Châtelain, F. Ducros, and O. Métais. Large Eddy Simulation of conjugate heat-transfer using thermal wall functions. In R. Friedrich et al., editor, *Direct and Large-Eddy Simulation V*, pages 307–314. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [42] G. Comte-Bellot. Ecoulement turbulent entre deux paroi parallèles. *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air no. 419*, 1965.
- [43] M. Couplet, P. Sagaut, and C. Basdevant. Intermodal energy transfers in a proper orthogonal decomposition-galerkin representation of a turbulent separated flow. *J. Fluid Mech.*, 491 :275–284, 2003.
- [44] S. Dahlström and L. Davidson. Hybrid RANS/LES employing Interface Condition with Turbulent Structure. In Y. Nagano K. Hanjalic and M. Tummers (eds.), editors, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, pages 689–696, October 12-17 2003.

- [45] E. David. *Modelisation des écoulements compressibles et hypersoniques : une approche instationnaire*. PhD thesis, INPG, 1993.
- [46] L. Davidson. Hybrid LES-RANS : a combination of a one-equation SGS model and a  $k-\omega$  model for predicting recirculating flows. In *ECCOMAS CFD conference*, 2001.
- [47] L. Davidson and S. Dahlström. HYBRID LES-RANS : an approach to make LES applicable at high Reynolds number. In G. de Vahl Davis and E. Leonardi (eds.), editors, *ICHMT International Symposium on Advanced in Computational Heat Transfer*, April 19-24 2004.
- [48] L. Davidson and S. Dahlström. Hybrid LES-RANS : Computation of the Flow Around a Three-Dimensional Hill. In *Engineering Turbulence Modelling and Measurements - ETMM6, Sardinia, Italy*, May 23-25 2005.
- [49] L. Davidson and S. H. Peng. Hybrid LES-RANS : a combination of a one-equation SGS model and a  $k-\omega$  model for predicting recirculating flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 43 :1003–1018, 2003.
- [50] R. B. Dean. Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *Journal of Fluids Engineering*, 100 :215–223, June 1978.
- [51] J. W. Deardorff. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 41 :453–465, 1970.
- [52] J. W. Deardorff. The use of subgrid transport equations in three-dimensional model of atmospheric turbulence. *ASME J. Fluids Engng*, pages 429–438, 1973.
- [53] J. C. del Álamo, J. Jimenez, P. Zandonade, and R. D. Moser. Scaling of the energy spectra of turbulent channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 500 :135–144, 2004.
- [54] G. V. Diurno, E. Balaras, and U. Piomelli. *Wall-layer models for LES of separated flows*, chapter 11, pages 207–222. ed. B Geurts Philadelphia, PA :RT Edwards, 2001.
- [55] P. Emonot. *Méthodes de Volumes Elements Finis : Application aux équations de Navier-Stokes et résultats de convergence*. PhD thesis, Université Claude Bernard - Lyon I, 1992. (*In French*).
- [56] J. H. Ferziger and M. Peric. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 3rd edition, 2002.
- [57] J. Forsythe, K. D. Squires, K. E. Wurtzler, and P. R. Spalart. Des of fighter aircraft at high alpha. In *AIAA Paper 2002-0591*.
- [58] J. R. Forsythe and A. H. Klaus. Detached-eddy simulation of a supersonic axysymmetric base flow with an unstructured solver. In *AIAA Paper 2000-2410*.
- [59] N. J. Georgiadis, J. Ivan, J. I. D. Alexander, and E. Reshotko. Developpement of a hybrid rans/les method for compressible mixing layer simulation. In *AIAA Paper 2001-2563*.
- [60] N. J. Georgiadis, J. Ivan, J. I. D. Alexander, and E. Reshotko. Investigation of a compressible turbulent mixing layer using a hybrid rans/les method. In *AIAA Paper 2001-2563*.

- [61] M. Germano. From RANS to DNS : towards a bridging model. In Kluwer, editor, *Direct and Large Eddy Simulation III*, Voke, Sandham and Kleiser eds, pages 225–236.
- [62] M. Germano. Properties of the hybrid RANS/LES filter. *Theoretical & Computational Fluid Dynamics*, 17(4) :225, 2004.
- [63] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W. H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids*, 3(7) :1760–1765, 1991.
- [64] S. Ghosal. An analysis of numerical errors in Large-Eddy Simulations of turbulence. *J. Comp. Phys.*, 125 :187–206, 1996.
- [65] S. Ghosal. Mathematical and physical constraints on Large-Eddy Simulations of turbulence. *AIAA Journal*, 37(4) :425–433, 1999.
- [66] S. Glasstone and A. Sesonske. *Nuclear Reactor Engineering*. Van Nostrand Reinold, 1981.
- [67] F. Grinstein and C. Fureby. Recent progress on miles for high reynolds-number flows. In *AIAA Paper 2002-0134*.
- [68] G. Grötzbach. Direct and large eddy simulation of turbulent channels flows. In NP Cheremisinoff, editor, *Encyclopedia of Fluids Mechanics*, pages 1337–1391. West Orange, NJ :Gulf Publ., 1987.
- [69] F. Hamba. An attempt to combine large eddy simulation with k- $\epsilon$  model in a channel flow calculation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics Journal*, 14 :323–336, 2001.
- [70] F. Hamba. A hybrid RANS/LES simulation of turbulent channel flow. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics Journal*, 16 :387–403, 2003.
- [71] K. Hanjalic, M. Hadziabdic, L. Temmerman, and M. Leschziner. Merging LES and RANS strategies : zonal or seamless coupling? In R. Friedrich et al., editor, *Direct and Large-Eddy Simulation V*, pages 451–464. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [72] H. Hartmann, J.J. Derksen, C. Montavon, J. Pearson, J. Pearson, I.S. Hamill, and H.E.A. van den Akker. Assessment of large eddy and RANS stirred tank simulations by means of LDA. *Chemical Engineering Science*, 59 :2419–2432, 59.
- [73] C. Herer and D. Gallori. Thermohydraulique des réacteurs sous pression. In *Techniques de l'ingénieur*, number BN 3 050 in Traité Génie Nucléaire.
- [74] C. V. Hirt, B. D. Nichols, and N. C. Romero. Sola - a numerical solution algorithm for transient flow. Technical report, Los Alamos National Laboratory, Report LA-5852, 1975.
- [75] T. J. R. Hughes and J. R. Stewart. A space-time for mulation for multi-scale. *J. of Comput. Appl. Math.*, 74 :217–219, 1996.
- [76] J. Jimenez and A. Pinelli. The autonomous cycle of near-wall turbulence. *Journal of Fluid mechanics*, 389 :335–359, 1999.
- [77] W. P. Jones and B. E. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15(2) :301–314, 1972.



- [78] B. A. Kader. Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 24 :1541–1544, 1981.
- [79] H. Kawamura, K. Ohsaka, H. Abe, and K. Yamamoto. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 19 :482–491, 1998.
- [80] A. Kerstein. One-dimensional turbulence : model formulation and application to homogeneous turbulence, shear flows, and buoyant stratified flows. *J. Fluid Mech.*, 392 :277–334, 1999.
- [81] J. Kim. Turbulence structures associated with the bursting event. *Physics of Fluids*, 28(1) :52–58, 1985.
- [82] J. Kim, P. Moin, and R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 177 :133–166, 1987.
- [83] S. Krajnovic and L. Davidson. A mixed one-equation subgrid model for large-eddy simulation. *International Journal of Heat & Fluid Flow*, 23(4) :413, 2002.
- [84] A. G. Kravchenko, P. Moin, and R. Moser. Zonal embedded grids for numerical simulations of wall-bounded flows. *Journal of Computational Physics*, 127(0184) :412–423, 1996.
- [85] E. Labourasse. *Reconstruction des fluctuations turbulentes par une approche hybride RANS/SGE*. PhD thesis, Paris 6 University, 2002.
- [86] E. Labourasse and P. Sagaut. Reconstruction of turbulent fluctuations using a hybrid RANS/LES approach. *Journal of Computational Physics*, 182 :301–336, 2001.
- [87] E. Labourasse and P. Sagaut. Advances in RANS/LES coupling, a review and an insight on the NLDE approach. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 11(3) :199–256, 2004.
- [88] M. Lesieur. *Turbulence in fluids*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [89] M. Lesieur and O. Metais. New trends in large-eddy simulations of turbulence. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 28 :45–82, 1996.
- [90] H. Lubcke, St. Schmidt, T. Rung, and F. Thiele. Comparison of les and rans in bluff-body flows. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89(14-15) :1471–1485, 1991.
- [91] S. Lyons, T. Hanratty, and J. Mc Laughlin. Dns of passive heat transfer in a turbulent flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34(4/5) :1149–1161, 1991.
- [92] J.-C. Magnient. *Simulation des grandes échelles (SGE) d’écoulements de fluides quasi incompressibles*. PhD thesis, Paris XI University, 2001.
- [93] R. Martinuzzi and C. Tropea. The flow around surface-mounted prismatic obstacles placed in a fully developed channel flow. *ASME : J. Fluids Eng.*, 115 :85–91, 1993.
- [94] E.R. Meinders and K. Hanjalic. Vortex structure and heat transfer in turbulent flow over wall- mounted matrix of cubes. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 20 :255–267, 1999.
- [95] C. Meneveau, T. Lund, and W. Cabot. A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 319 :353, 1996.

- [96] E. Montreuil. *Simulations numériques pour l'aérothermique avec des modèles sous-maille*. PhD thesis, Pierre et Marie Curie University, 2000.
- [97] E. Montreuil, O. Labbé, and P. Sagaut. Assessment of non-Fickian subgrid-scale models for passive scalar in a channel flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 00 :1–41, 2000.
- [98] P. J. Morris, L. N. Long, A. Bangalore, and Q. Wang. A parallel three-dimensional computational aeroacoustics method using nonlinear disturbance equations. *Journal of Computational Physics*, 133 :56–74, 1997.
- [99] S. Morton, J. Forsythe, A. Mitchell, and D. Hajek. Des and rans simulations of delta wing vortical flows. In *AIAA Paper 2002-0587*.
- [100] R. D. Moser, J. Kim, and N. N. Mansour. Direct numerical simulation of channel flow up to  $Re_\tau = 590$ . *Phys. Fluids*, 4(11) :943–945, April 1999.
- [101] O. Métais. Turbulence : Modélisation et simulation numérique. In *Cours de DEA Mécanique des Fluides et Transferts*, INPG. 2002-2003.
- [102] O. Métais and M. Lesieur. Spectral Large-Eddy Simulation of isotropic and stably stratified turbulence. *J. Fluid Mech*, 239 :157–194, 1992.
- [103] B. Niceno, A. D. T. Dronkers, and K. Hanjalic. Turbulent heat transfer from a multi-layered wall-mounted cube matrix : a large-eddy simulation. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 23 :173–185, 2002.
- [104] F. Nicoud, J. S. Baggett, P. Moin, and W. Cabot. Large eddy simulation wall-modelling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation. *Physics of Fluids*, 13(10) :2968–2984, October 2001.
- [105] F. Nicoud and F. Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, 62 :183–200, 1999.
- [106] N. V. Nikitin, F. Nicoud, B. Wasistho, K. D. Squires, and P. R. Spalart. An approach to wall modeling in large-eddy simulations. *Physics of Fluids*, 12(7) :1629–1632, June 2000.
- [107] L. J. Peltier, J. C. Wyngaard, and F. J. Zajackowski. A hybrid rans/les approach to large eddy simulation of high-reynolds number wall bounded turbulence. In ASME, editor, *ASME FEDSM'00*, number 11177 in FEDSM, June 2000.
- [108] L. J. Peltier and F. J. Zajackowski. Maintenance of the near-wall cycle of turbulence for hybrid rans/les. In *3rd AFSOR Conference on DNS and LES, Arlington, TX.*, 2001.
- [109] S-H Peng and L. Davidson. On a subgrid-scale heat flux model for large eddy simulation of turbulent thermal flow. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 45(7) :1393, 2002.
- [110] U. Piomelli. High reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model. *Physics of Fluids A*, 5(6) :1484, 1993.
- [111] U. Piomelli and E. Balaras. Wall-layer models for large-eddy simulations. *Annu. Rev Fluid Mech.*, 34 :349–374, 2002.

- [112] U. Piomelli, E. Balaras, H. Pasinato, K. D. Squires, and P. R. Spalart. The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 24 :538–550, 2003.
- [113] B. Podvin. On the adequacy of the ten-dimensional approach for the minimal flow unit. *Phys. Fluids*, 13 :210–224, 2001.
- [114] P. Quemere. *Une methode multidomaine/multiresolution avec applications au couplage LES/LES et RANS/LES*. PhD thesis, Pierre et Marie Curie University, 2001.
- [115] P. Quemere and P. Sagaut. Zonal multi-domain rans/les simulations of turbulent flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 40 :903–925, 2002.
- [116] W. Rodi. Comparaison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 69-71 :55–75, 1997.
- [117] P. Rollet-Miet. *Simulation des grandes echelles sur maillages non structurés pour geometries complexes*. PhD thesis, Ecole centrale Lyon, 1997.
- [118] P. Sagaut. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer Verlag, 2nd edition, 2003.
- [119] J. U. Schlüter and H. Pitsch. Consistent boundary conditions for integrated LES/RANS simulations : LES outflow conditions. In *Annual Research Briefs 2001 - Center for Turbulence Research*.
- [120] J. U. Schlüter and H. Pitsch. Anti-Aliasing Filters for Coupled Reynolds-Averaged/Large-Eddy Simulations. *AIAA Journal*, 43(3) :608–616, 2005.
- [121] J. U. Schlüter, H. Pitsch, and P. Moin. Consistent boundary conditions for integrated les/rans simulations : Les outflow conditions. In *AIAA Paper 2002 - 3121*.
- [122] J. U. Schlüter, H. Pitsch, and P. Moin. Large eddy simulation inflow conditions for coupling with reynolds-averaged flow solvers. *AIAA Journal*, 42(3) :478–484, 2004.
- [123] J. U. Schlüter, X. Wu, S. Kim, S. Shankaran, J. J. Alonso, and H. Pitsch. A framework for coupling reynolds-averaged with large eddy simulations for gas turbine applications. *Journal of Fluids Engineering*, to appear in 2005.
- [124] R. C. Schmidt, A. R. Kerstein, S. Wunsh, and V. Nilsen. Near-wall les closure based on one-dimensional. *Journal of Computational Physics*, 186 :317–355, 2003.
- [125] S. Schmidt and F. Thiele. Comparison of numerical methods applied to the flow over wall-mounted cubes. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 23 :330–339, 2002.
- [126] U. Schumann. Subgrid scale model for finite difference simulations in plane channels and annuli. *Journal of Computational Physics*, 18 :376–404, 1975.
- [127] E. Sergent. *Vers une methodologie de couplage entre la Simulation des Grandes Echelles et les modèles statistiques*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [128] M. Shur, P. R. Spalart, M. Strelets, and A. Travin. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack. In *4th Int. Symp. Eng. Turb. Modelling and Measurements*, pages 669–678, 1999.
- [129] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations, i. the basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91 :99, 1963.

- [130] P. R. Spalart. Strategies for turbulence modelling and simulations. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 21 :252–263, 2000.
- [131] P. R. Spalart and S. R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA Journal*, 92 :439, 1992.
- [132] P. R. Spalart and S. R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Recherche Aérospatiale*, 1(5), 1994.
- [133] P. R. Spalart, W-H. Jou, M. Strelets, and S. R. Allmaras. Comments on the feasibility of les for wings and on a hybrid rans/les approach. In Z. Liu eds. c. Liu, editor, *Advances in DNS/LES*, pages 137–147. Greyden Press, 1997.
- [134] C. G. Speziale. Turbulence modeling for time-dependent RANS and VLES : a review. *AIAA Journal*, 36(2) :173–184, 1998.
- [135] M. Strelets. Detached eddy simulation of massive separated flows. *AIAA Paper*, page 0879, 2001.
- [136] C. S. Subramanian and R. A. Antonia. Effect of Reynolds number on a slightly heated turbulent boundary layer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 24(11) :1833–1846, 1981.
- [137] M. Teitel and R. Antonia. Heat transfer in fully developed turbulent channel flow : comparison between experiment and direct numerical simulations. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36(6) :1701–1706, 1993.
- [138] L. Temmerman, M. Hadziabdic, M.A. Leschziner, and K. Hanjalic. A hybrid two-layer URANS-LES approach for large-eddy simulation at High Reynolds numbers. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 26 :173–190, 2005.
- [139] L. Temmerman, M. A. Leschziner, and K. Hanjalic. A combined RANS-LES strategy with arbitrary interface location for near-wall flows. In N. Kasagi et al., editor, *Turbulence and Shear Flow Phenomena 3 (Proc. int Symp., Sendai, Japan 25-27 June 2003)*, pages 929–934, 2003.
- [140] L. Temmerman, M. A. Leschziner, C. P. Mellen, and J. Frohlich. Investigation of wall-function approximations and subgrid-scale models in large eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24 :157–180, 2003.
- [141] P. G. Tucker. Novel miles computations for jet flows and noise. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 25(4) :625–635, 2004.
- [142] P. G. Tucker and L. Davidson. Zonal k-l based large eddy simulations. *Computers & Fluids*, 33 :267–287, 2004.
- [143] P. G. Tucker and Z. Pan. Urans computations for a complex internal isothermal flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(22-23) :2893, 2001.
- [144] K. Umminger, W. Kastner, J. Liebert, and T. Mull. Thermal hydraulics of PWRS with respect to boron dilution phenomena. Experimental results from the test facilities PKL and UPTF. *Nuclear Engineering and Design*, 204 :191–203, 2001.
- [145] R. Verzicco, G. Iaccarino, M. Fatica, and P. Orlandi. Flow in an impeller stirred tank using an immersed boundary method. *Annual Research Briefs - Center for Turbulence Research*, 2000.

- [146] F. Waleffe. Exact coherent structures in channel flow. *J. Fluid Mech.*, 435 :93–102, 2001.
- [147] M. Wang and P. Moin. Dynamic wall modeling for large-eddy simulation of complex turbulent flows. *Physics of Fluids*, 14(7) :2043–2051, July 2002.
- [148] T. Wei and W. W. Willmarth. Reynolds-number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 204 :57–95, 1989.
- [149] H. Werner and H. Wengle. Large eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate channel. In *Proceedings of the Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows*, pages 19–4–1–19–4–6, 1991.
- [150] A. Yoshizawa. Bridging between eddy-viscosity-type and second-order models using a two-scale dia. In *Proceedings of the 9th Int. Symp. Turbulent Shear Flows*, volume 3, pages 23–1–1–23–1–6, 1993.
- [151] M. V. Zagarola and A. J. Smits. Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 373 :33–79, 1998. URL : <http://www.princeton.edu/gasdyn/>.
- [152] F. J. Zajackowski and L. J. Peltier. Energy-containing-range modeling of fully-developped channel flow using a hybrid RANS/LES technique. In *3rd AFSOR Conference on DNS and LES, Arlington, TX.*, 2001.

## **Application du couplage RANS/LES aux écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds de l'industrie nucléaire**

La difficulté principale de réaliser la simulation numérique d'un écoulement turbulent à haut nombre de Reynolds est de préserver la capture des effets instationnaires sans induire un coût de calcul prohibitif. Nous avons, tout d'abord, exhibé les principaux défauts des simulation des grandes échelles avec un modèle de paroi standard dans une configuration de canal plan bi-périodique dans un contexte de maillage grossier. Dans ce cadre, nous avons proposé deux approches basées sur une stratégie de couplage RANS/LES pour corriger ces défauts. La première repose sur l'application du modèle de paroi TBLE à une simulation des grandes échelles, qui consiste à résoudre des équations de couche limite simplifiées et instationnaires avec une modélisation de type RANS dans la zone proche paroi. La seconde consiste à réaliser simultanément un calcul RANS et une simulation des grandes échelles dont le champ moyen sera corrigé grâce au calcul RANS par l'intermédiaire d'un terme de forçage. Ces différentes méthodes de modélisations ont été implémentées dans le code de calcul Trio\_U du CEA Grenoble. Les configurations étudiées sont le canal plan bi-périodique et un écoulement pariétal dans une matrice d'obstacles cubiques. Les deux approches fournissent des résultats encourageants et permettent d'effectuer des simulations instationnaires à un coût numérique réduit.

**Mots-clés :** Turbulence, méthodes statistiques, simulation des grandes échelles, couplage RANS/LES, modèle de paroi TBLE, terme de forçage, canal plan, écoulement pariétal dans une matrice d'obstacles cubiques.

## **RANS/LES coupling applied to high Reynolds number turbulent flows of the nuclear industry**

The main issue to perform computational study of a high Reynolds numbered turbulent flows consists on predicting their unsteadiness without implying a tremendous computational cost. First, the main drawbacks of large-eddy simulation with standard wall model on a coarse mesh for a plane channel flow are highlighted. To correct these drawbacks two coupling RANS/LES methods have been proposed. The first one relies on a sophisticated wall model (TBLE) which consists on solving Thin Boundary Layer Equations with a RANS type turbulent closure in the near wall region. The second one consists on a RANS/LES coupling method using a forcing term approach. These various approaches have been implemented in the Trio\_U code developed at CEA (French Atomic Center) Grenoble. The studied flow configurations are the fully developed plane channel flow and a flow around a surface-mounted cubical obstacle. Both approaches provide encouraging results and allow unsteady simulations for a low computational cost.

**Keywords :** Turbulence, Reynolds Averaged Navier-Stokes, Large-Eddy Simulation, RANS/LES coupling, TBLE wall model, forcing term, plane channel flow, wall-mounted cube matrix flow.

CEA Grenoble - DEN/DER/SSTH  
Laboratoire de Modélisation et de Développements Logiciels (LMDL)  
17, rue des martyrs 38054 GRENOBLE cedex 9, FRANCE  
Tél : +33 (0)4 38 78 32 04, Fax : +33 (0)4 38 78 50 36